システムのロバスト性に関する私見

Private View on Robustness of Systems

洪　起
KOH　Ki

キーワード：システム、ロバスト性、多様性、信頼性、確率理論、情報理論
Keywords ：systems, robustness, diversity, reliability, probabilistic theory, information theory.

It is of utmost importance that systems maintain the robustness in itself to reduce the influence of the uncertain factors resulting from the various external conditions on the reliability of systems. This private view proposes the diversity of elements composing systems as one of the robustness in systems and discusses the fundamental issues related to the diversity from the two viewpoints of probabilistic theory and information theory. It is hoped that such a private view will help to maintain the robustness in systems.

1．序論

システムという概念は決して新しいものではない。我々は組織でも機械でもそれを構成する要素の組み合わせが悪いと全く機能しないことを以前から経験的に知っている。その反対に、それぞれの要素にうまく任務を分担させ、協同させると、単独の要素では考えられないようなすばらしい能力を発揮する。その究極の例は、人間は太古から社会というシステムを構築し、集団生活をしてきたために、今日のような文明社会を築いたと云える。また、我々が生活し、この文明化社会を支える地球そのものも、大陸、海洋、大気圏、生物圏などの物質圏が有機的につながり、循環している一つのシステムになっている。

一般に、システムとは、「対象となるものをある目的をもって要素を組み合わせたもの」であり、ある目的のために多くの要素が有機的な関係で結ばれ、１つの集合体をなしている状態をシステムということができる。ここで、「もの」とは具体的な形をもったものに限らず、自然環境と社会まで含む幅広いものを意味する。ある目的のために種々の機能を持った多くの部品からなる機械もシステムであり、ある目的をもって自然の営みが育まれる環境そのものもシステムであり、また種々の能力をもった人間の集団も、ある特別な目的をもった場合はひとつのシステムと云うことができる。

従来、優れた装置や組織を構築するためには、それを構成する要素が優れたものでなければならないという考えから、要素中心の研究・開発等が行われてきた。しかし、システム的アプローチとは、装置や組織を構成する要素そのものよりもその組み合わせに注目し、どのように組み合わせたら、目標に近い優れた機能を持たせるかを重点的に考えることである。それ故、要素そのものに関する理論的研究よりも、むしろ経験的なノウハウが主体となる。そしてそれは、工学的技術システムや社会システムばかりでなく、企業・大学システム等の種々の分野で応用できる。

社会環境の急激な変化および不確定要因等の条件のもとでも、システムは健全な機能状態を維持することは大変重要であり、また、そのために、システムそのものの中にどのような仕組みを内包させる必要があるかは、システムを構築するうえで考慮しなければならない重大な問題である。一般に、システムは、それに関わる種々の環境や不確定要因等の条件により何か異常があっても本来有している機能を維持するロバスト性が必要であり、最近、このロバスト性に関する研究が注目されている。ロバスト性は予期せぬ環境変化等の異常事態が生じても、システムは機能不全に浸らない「したたかさ」といえる。

現在、社会、環境、教育および自然界等の分野における諸事象の有り様を表現するときのひとつの理念として多様性という言葉がよく使われている。これは、正確には、それぞれの目的に応じて想定されるシステムとしての有り様について述べられたものといっていいだろう。しかしながら、この多様性とは一体何であり、特に、それがシステムの機能・能力にどのような働きをし、どのような影響を及ぼすのかについては科学的に不明である。

本拙稿は、ある特定目的のための種々の機能を有するシステムを解析対象とし、ロバスト性のひとつとしてシステムを構成する要素の種類や性能等に関する多様性を提案し、この多様性がシステム全体の信頼度（システムが健全に機能する度合い）の維持にどのような役割を果たすのかを科学的に明らかにしようとするものである。無論、この拙稿は私見である。そのため、以下の記述に多少妄想的な部分があることは否定できない。

約38億年前の生物誕生以来、生物の生と死により、種の滅亡と進化が繰り返され、現在、地球上の生物は３千万種ともいわれている。生物は、各生物が種の保存という目的を有するという意味で、ひとつのシステムを構成しているといってもよい。実証主義的観点から述べると、生物の生態系というシステムの維持・保全のためには、これほど多くの種の多様性が必要不可欠であったということであろう。

しかしながら、開発や乱獲および地球環境の変化等により、その絶滅速度は加速され、生物多様性が失われ続ければ、食料をはじめ生物からの多様な恵みで成り立つ人間社会も危うくなる。人間の健全な営みは生物の多様性と密接に関わっているのである。

一般的常識からすれば、地球上のすべての生物の営みは概ね必然と偶然に支配された２つの世界で繰り広げられてきたといっていいだろう。その結果、長い年月の経過を経て、森にも海にも生物が誕生し、豊かな緑と多種多様な生命体に溢れた自然が生まれたと思われる。必然の世界では、種の保存のための厳しい戦いと競争が行われ、また偶然の世界では、種の進化と新しい種の誕生が偶然の事象として生起したはずである。さらに、地球上において定常的で安定的な生物の営みを可能にするために、偶然の世界で生物の多様性は確定的に生まれたのだろう。人間を含めた生物の生態系というシステムの維持・保全のために、その要素である生物の多様性は必要不可欠なのである。神が宿るのは必然の世界ではなく、偶然の世界であるとすれば、多様性は神が人間に与えてくれた最高の贈り物であると云える。

ここで、必然と偶然の２つの世界で生起する事象の多様性とはどのようなものかを具体的に例を挙げて述べることにする。

21世紀の人類は、肌の色の多様性を得ることで世界中の至るところに住むことが可能になったのである。現在、約200年前にオーストラリアに移住してきたイギリス人は強い紫外線のた

めに皮膚がんの恐怖に晒されているが、オーストラリアで住むためには、強い紫外線を遮るために、原住民のアボリニア人のような褐色の肌が必要なのである。厳しい地球気候条件のもとで、人類が肉体的に健全な状態を維持するためには、その場所の気候条件に適合した皮膚が必要なのであり、肌の色および民族による優劣は何も無い。オーストラリアに住む人は、いつの日か進化を遂げ、褐色の肌に進化すると思われる。それが、オーストラリアという土地に住む人の確定的宿命なのである。

少し硬い話になるが、建築構造についても同様な多様性の例を挙げることができる。鉄筋コンクリート造は鉄筋とコンクリートからなる建築物であり、コンクリートはセメント、水、砂、骨材からなっている。鉄筋コンクリート造の強度に大きく影響を及ぼすのは、セメントと骨材であり、特に、骨材の大きさは非常に重要な要素である。骨材は大きいほど強いが、日本の建築基準法では、骨材の径は2.5㎝以下に決められている。骨材の強度はその径が大きいほど高くなるから、常識的には大きさ2.5㎝の骨材をいっぱい入れれば鉄筋コンクリート造の強度が高くなると思われるが、そう簡単ではない。実際に、載荷実験をおこなうと、骨材の大きさに多様性がある場合、すなわち、大小の骨材がうまく混和している場合に鉄筋コンクリート造の強度が大きくなる。その理由は、小さい骨材は鉄筋と鉄筋の狭い部分または大きい骨材間の狭い領域に、また大きい骨材は鉄筋のないコンクリート部分に適当に分散することになるからである。実際の現場では、施工技術者が薬品を入れ、固まる前のコンクリートの流動性を増すようにいろいろと工夫されている。それ故、鉄筋コンクリート造の強度を高めるという意味では、大きい骨材も小さい骨材も同じ価値を有する。鉄筋コンクリート造を構成する要素という立場では、大きい骨材も小さい骨材もそれぞれの役割が異なるのみで平等なのである。

以上述べた多様性は、その環境および状況により確定的に要求されるという意味で、確率１で生起する必然の世界での多様性といえるだろう。

以下に述べることは、日本に留学したフランス人学生の話である。私は大学の日本人の友達に日本文化と文学にあこがれて日本に来たという、そのあと、彼らにどこに留学したいかと聞き返すと、その返事は大抵アメリカという。同じ答えを何度も聞き、日本の大学生はアメリカしか知らないのではないかと思ったといっている。アメリカの文化が大量に輸入され日本中に溢れているせいか、アメリカ文化を真似しすぎると述べ、さらに、今の日本は国際化というより、アメリカ化を進めているのではないかと述べている。さらに、このままでは、日本の文化や社会に多様性がなくなるのではないかと危惧している。これは、日本政府のアメリカ中心の政策により、国民の大多数がアメリカを向くようになったためと思われる。このフランス留学生の印象は、おそらく、ヨーロッパの多様な文化の坩堝の真只中にいるフランスの若い人と比較してのことであろう。

しかしながら、最近、日本も少しずつではあるが、変わりつつあるようである。古代以来、ほとんど歴史上はじめてと思われるが、日本、韓国、台湾、および中国の沿海州を中心とする都市部の若者の間で文化的共通意識が育ちつつあるが、これはアジア文化の多様性を共有し、アジアの政治的安定化のためにも大変重要である。その後、初の日中韓サミットが福岡県太宰府で開催されたが、これもこの文化的共通意識の流れを汲むものと思いたい。このような文化の多様化の芽が今後どのように進化していくかが楽しみである。

東京大学の総長である小宮山先生は某新聞記者とのインタビューで、多くの言語や文化、考え方が交じり合う多様性の中でこそ、次世代のリーダーが育つと述べ、近未来、学部学生の３分の１は外国人留学生になればと思っていると述べている。これは、大学を文化の集中点と見なし、文化の混交および多様な考えをもつ学生の偶然の組み合わせから生じる独創的発想の重要性を指摘しているものと思われる。

ヨーロッパでは、既に1970年代後半から大々的に域内各国で大学生を循環させているし、また留学生の送り出し国と見なされてきた中国も、今や日本を凌駕する受け入れ大国になりつつある。日本は、こうした世界情勢への対応が著しく遅れたが、2008年に福田首相が2020年までに「留学生受け入れ30万人計画」を提唱した。これは、まさにこの問題意識から発したものである。

現在、ヨーロッパは多言語主義を基本に多様性を社会の基底に位置づけ、共通通貨ユーロをベースに著しい経済成長を遂げている。特に、イギリスは外国企業を積極的に受け入れ、それと同時にもたらされる多様な文化を認めながら、個性と多様性に富んだ共生社会システムの構築をめざしているようである。また、最近、体重80㎏の女性がミスイングランド大会に２位で入賞したというニュースがあったが、これは、文化の多様性と全く無縁ではない。イギリス人の帰納法的概念に基づき、何か新しい美女の評価軸でも模索した結果なのだろうか、大変興味のあるところである。

ここで、イギリス的思考方法である帰納法的概念を偶然の世界での多様性という観点から歴史的に考察してみよう。

中世のイスラム世界は、ギリシャ世界とインド世界および中国世界のそれぞれの文化の結節点を占有することによりおおいに栄えた。当時、文化の一つとして数学があり、数学の歴史がバグダードの都に集まる。そこで、千夜一夜物語の諸挿話による空想と、アラビア商人の東南アジア貿易による実績という現実との偶然の組み合わせが、技術としての代数学の完成をもたらすことになる。偶然の世界での文化の多様性が代数学という普遍的な文明の基礎を完成させたと思われる。11世紀、耽美的な４行詩集でも脳裏に浮かべながら考えたのだろうか、オマル・ハイヤームの３次方程式の図式解法は、いくつかの問題点があったようだが、実に美しい。美は真なのである。

一方、16世紀、多民族国家オランダの商人は、外からの流入者による技術や多文化の集積を基盤として、当時としては画期的な鰊の缶詰や香辛料を主な商品として泉州港等の国際港を周航し、アラビア商人との貿易事業に加わることにより、莫大な利潤を得ることになる。このようにして、オランダは文化の多様性と優れた技術により繁華な商工業社会を築くのである。商工業社会においては、ものの重量をはかることが一番重要な要素であり、数の概念をおおいに飛躍させ、結果的に応用数学者シモン・ステヴィンを生むことになる。彼は、バビロニアの60進法に似た10進法、すなわち、少数（現在の少数とは表現方法が少し異なる）を考え、それが実務で出くわすあらゆる計算を容易にすると主張した。さらに、小数近似と極限の概念を正確につかみ、数値方程式を系統的に解くための本質的な武器になることを認識した。

ここで注目すべきことは、オランダにおいて、小数の使用によって全ての量の近似化が可能であり、その「数の普遍性」、すなわち、数は全ての分野に適用可能であるという論理を獲得することで合理的な商工業社会を生むことになったことである。これは、科学にあまり好意的でないキリスト教（カトリック）の世界には無い発展的理念であり、その後のオランダに大きな繁栄をもたらすことになる。

商業という機能の基盤においては宗教的理念を廃し、ものを質と量により評価する立場をとったのである。ものの量は計りに測られてその重さが数値化され、質は同類のものと比較する

ことで評価され、結局は数値、すなわち、商品値段に反映される。多様な具象物が数値として抽象化されていくとき、人々の心にこれまでとは異なった思想の芽が生まれたと思われる。少なくとも、何らかの基準や条件のもとで、他の同類のものと比較するという相対的概念は科学の基礎を築くことにおおいに役立った筈である。

結局、17 世紀初期にオランダは株式会社という独創的なビジネスシステム（オランダ東インド会社）を構築し、オランダ人一般が自律主義と合理主義、あるいは近代的な市民精神をもつことになり、スペインからの独立戦争を経て黄金の 17 世紀中期を迎えることになる。

16 世紀のヨーロッパは宗教改革の時代で、新旧（カトリックとプロテスタント）教徒の激しいもみあいの中で、イギリス国王はカトリックと縁を切り、一国だけの英国国教会をつくったが、これに不満を持つグループ（清教徒）は、信仰の自由を求めてオランダに移住することになった。このように、当時のオランダは自律主義と合理主義の理念のもとで、多様な文化を有する極めて自由な社会だったのである。

しかしながら、17 世紀後半になると、オランダは英蘭過剰戦争により国力は疲弊し、また人口が少ないということと極度に商業主義に撤しすぎたために、徐々に衰退の道を辿ることになる。

一方、オランダと多くの交流があったイギリスは、オランダより少し遅れて東インド株式会社を設立し、オランダの商工業技術を学ぶとともに資本主義社会としての後発の利点を最大限に生かし、毛織物工業を主商品とするビジネスを展開したのである。さらに、イギリスはオランダの「数の普遍性」を科学的に発展させ、いわゆるイギリスの「数値計算」を生み出し、大学という研究機関において数学を研究対象として位置づけた。これは、オランダの「数の普遍性」を科学的に発展させ、いわゆる、イギリスの「数値計算」を生み出し、その後のイギリス社会の精神性に大きな影響を及ぼした。

17 世紀中期にイギリス・ケンブリッチの数学者ジョン・ウォリスは「無限小算術」を発表し、無限小解析に関する研究成果が数値解析の礎をつくった。これにより、諸事象の法則性を確認する帰納法的精神性が育まれ、18 世紀以後のイギリス人の世界活動指針の基礎となる理念構築に大きな影響を与えることになる。21 世紀になっても、イギリスの数値解析技術の輝きは失っていない。

このような科学的根拠に基づくシミュレーション的概念が「イギリス経験論」を生む土壌を作り出したと思われる。イギリスに前衛的建築家が多いのもこれと無縁ではない。その後のイギリスの現代科学への多大なる貢献を考えれば、これは、多様な文化を有し、極めて自由なオランダから発した文化の多様性の結節点から生まれた大きな果実であり、前述の確定的な必然の世界での多様性とは異なり、その生起事象が確率的であるという意味で、不確定的な偶然の世界での多様性といえるだろう。

しかしながら、オランダ人を表す英語の「Dutch」はあまりいい意味で使われていない。恩を仇で返すようなものであり、非常に残念であるが、歴史とはそのようなものなのかも知れない。

以上述べたように、歴史的に世界の文明と文化に多くの影響を与えた多様性とは一体どのようなものなのかを科学的観点から論及することの意義は大変大きい。

本拙稿は、社会、環境、教育および自然界に関する種々の分野において、何らかの目的達成の手段として構築した理念や組織等をひとつのシステムとしてモデル化し、予期せぬ環境変化や不確定要因等によりシステムの信頼度に大きな影響を及ぼす事態が生じても、システムを構成する要素の種類や性能の多様性により、システムのロバスト性の維持は可能であり、さらに、そこには、思いも寄らぬ偶然の世界が大きく関わっていることを示したものである。また、ロバスト性を維持するためには、要素の多様性にどのような制約条件が必要かについて、確率論的および情報理論的観点から科学的に論及する。

２．確率論的観点に基づくシステムのロバスト性

システムの概念的な信頼性解析上の基本モデルを大別すれば、直列システムと並列システムに二分される。はじめに、直列システムについて述べる。

(a) 直列システム：直列システムはシステムを構成する要素の中の少なくともひとつが故障したときにシステムは故障と定義されるモデルで、最弱リンクシステムと呼ばれる。各要素の故障生起事象が確率統計的に独立であると仮定し、P_k は十分小さい値であるとすれば、直列システム全体の故障生起確率は各要素の故障確率の和で表され、次式になる。

$$P_{FS}=1-\prod_{k=1}^{n}(1-P_k)\approx\sum_{k=1}^{n}P_k \qquad （２－１）$$

ただし、P_{FS}：直列システム全体の故障生起確率
P_k：番目の要素の故障確率、n：要素の数

各要素の故障確率は、システムに影響を及ぼす種々の不確定要因等を考慮したときの要素に故障が生起する確率であり、一般的には、確定値と見なされる。この故障確率は、システム構築前の必然の世界で確定的に予想される不確定要因等に関する統計量を基礎に解析的に評価される。システム故障生起確率も（２－１）式から確定値として得られる。しかしながら、システムを取り巻く環境には偶然の世界での予期せぬ不確定要因もある。これは、必然の世界での不確定要因とは全く異なるもので、（２－１）式から直接評価することはできない。このように、システム構築後の偶然の世界で予想される稀な確率的事象等を想定するならば、依然として多くの不確定要因は存在し、システムの信頼度に多くの不確定性が生じることになり、また、それがシステムを致命的な故障に導く要因にもなる。

このような場合、不確定要因の統計量が数値的に定量化でき、その生起事象が確率１で予測可能な場合と、定量化が困難で、その生起事象が確率的で予測不可能な場合とに分離して解析したほうが科学的に自然である。

それ故、本拙稿では、要素の故障に関わる不確定要因を大別し、下記の X 要因と Y 要因の２つに分けることにする。X 要因は、システムの構築段階までに予想される不確定要因およびその変動に起因する要因で、過去の統計資料によりその統計量はある程度正確に推定できるものである。この不確定性の統計量と生起事象は確定的に予測可能であるという意味で、必然の世界での不確定要因といえる。

一方、Y 要因は、システム構築時の人為的ミスやその後の運営時の予期せぬ不確定要因等およびその変動に関する要因である。その統計的資料は推定でき難いもので、生起事象も確率的で予測不可能であるという意味で、偶然の世界での不確定要因になる。

一般に、X 要因のみの影響を考慮した要素の故障確率は、その事象が確率１で生起するため、確率統計的手法により科学的な信頼度をもって確定値として評価することが可能である。しかしながら、Y 要因の影響を考慮した場合の要素の故障確率は、予測不可能で偶然の世界での確率的事象として生起するため、予期せぬ不確定性を含み、その数値的評価は極めて困難である。

以上のことから、必然と偶然という２つの世界を有する現実に即したシステムの確率モデルを想定するならば、要素の故障確率は確定値ではなく、必然と偶然の２つの世界で予想される

不確定要因による諸事象を考慮した確率変数として取り扱ったほうが自然である。それ故、ここでは、要素の故障確率 P_k を確定値ではなく、確率変数として解析することにする。このような解析的手法を適用することにより、各要素の種類や性能の多様性の影響を考慮したシステムのモデル化が可能になる。

n 個の要素のそれぞれの故障確率 $P_1, P_2, \cdots, P_n$ は互いに独立な確率変数とする。 k 番目の要素の故障確率が取り得る故障事象の集合を Ω_X とし、Ω_X に属する事象を離散型で表す。さらに、それぞれの事象に対する要素の故障確率の生起率を次式で表現する。

$$\begin{aligned}&\{x_1, x_2, \cdots, x_m\} \in \Omega_X \\ &\{p_{k,1} p_{k,2}, \cdots, p_{k,m}\}\end{aligned} \qquad (2-2)$$

ただし、$k = 1, 2, \cdots, n$

上式中の m は要素の故障確率を離散型の確率的事象と見なしたときの数である。上式中の x_i は離散系で表したときの故障確率であり、$p_{k,i}$ は k 番目の要素が確率 x_i で故障するときの生起率を表す。各要素の故障確率とその生起率の関係は下記の表１に示される。

必然の世界での不確定要因、すなわち、X 要因のみを考慮する場合は、前述のように、その統計量の数値化は可能で、要素の故障確率は解析的に確定値として評価される。因みに、この場合は、各要素は（２－２）式のいずれかひとつの故障事象が確率１で生起し、他の事象は生起しない状態を表す。仮に、このいずれかひとつの事象の故障確率を x_i とすれば、x_i が確率１で生起する。それ故、$x_i = P_k$（確定値）において、生起率 $p_{k,i} =$ １であり、他の事象の故障確率の生起率は０である。したがって、システムの故障生起確率は確定値として評価される。これは、従来型のシステム信頼性評価手法である。

要素 ＼事象	x_1	x_2	…	x_m
(1)	$p_{1,1}$	$p_{1,2}$	…	$p_{1,m}$
(2)	$p_{2,1}$	$p_{2,2}$	…	$p_{2,m}$
…	…	…	…	…
(n)	$p_{n,1}$	$p_{n,2}$	…	$p_{n,m}$

表１　各要素の故障確率とその生起率

表１の各行の確率は、k 番目の要素に関わる故障事象の全事象を表すから、その和は１であり、次の条件式を満たす。

$$p_{k,1} + p_{k,2} + \cdots + p_{k,m} = 1 \qquad (2-3)$$

そのとき、P_k の平均値は次式になる。

$$E[P_k] = x_1 p_{k,1} + x_2 p_{k,2} + \cdots + x_m p_{k,m} \qquad (2-4)$$

また、P_k の分散は、（２－３）式を用いて整理すれば次式で表される。

$$\begin{aligned}Var[P_k] &= (x_m - x_1)^2 p_{k,1} + (x_m - x_2)^2 p_{k,2} + \cdots \\ &+ (x_m - x_{m-1})^2 p_{k,m-1} - \{ (x_m - x_1) p_{k,1} \\ &+ (x_m - x_2) p_{k,2} + \cdots + (x_m - x_{m-1}) p_{k,m-1} \}^2\end{aligned} \qquad (2-5)$$

n 個の要素から構成される直列システムの故障生起確率 P_{FS} の分散 V_S は、仮定に従い、各要素は確率統計的に独立であるとすれば、（２－５）式は次式になる。

$$\begin{aligned}V_S &= \sum_{k=1}^{n} Var[P_k] \\ &= (x_m - x_1)^2 \sum_{k=1}^{n} p_{k,1} + (x_m - x_2)^2 \sum_{k=1}^{n} p_{k,2} + \cdots + \\ &(x_m - x_{m-1})^2 \sum_{k=1}^{n} p_{k,m-1} - \sum_{k=1}^{n} \{ \sum_{i=1}^{m-1} (x_m - x_i) p_{k,i} \}^2\end{aligned} \qquad (2-6)$$

（２－６）式の V_S は、n 個の要素が事象 x_i のいずれかを生起したときのシステム故障生起確率の分散を表す。表１において、事象 x_i に対する各要素の生起率に何らかの制約条件を有する場合の結果とを相対的に対比させるために、事象 x_i に対する n 個の要素の平均生起率 $\bar{p}_i$ 、すなわち、表１の各縦方向の生起率の和の平均値を導入する。

$$\bar{p}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} p_{k,i} \qquad (i = 1, 2, \cdots, m) \qquad (2-7)$$

さらに、（２－６）式の右辺の最後の項に対して相加相乗平均の関係式を用いると、次のような不等式が得られる。

$$V_S \le n \sum_{i=1}^{m-1} (x_m - x_i)^2 \bar{p}_i - Min. \sum_{k=1}^{n} \{ \sum_{i=1}^{m-1} (x_m - x_i) p_{k,i} \}^2 \qquad (2-8)$$

$$\text{ただし、} Min. \sum_{k=1}^{n} \{ \sum_{i=1}^{m-1} (x_m - x_i) p_{k,i} \}^2 = n \left[\prod_{k=1}^{n} \left\{ \sum_{i=1}^{m-1} (x_m - x_i) p_{k,i} \right\}^2 \right]^{\frac{1}{n}}$$

（２－８）式において、x_i は確定値であり、$\bar{p}_i$ を一定値にすれば、右辺の第１項は一定値になるから、第２項が最小値をとるとき、V_S は最大値をとる。（２－８）式の等号が成立するとき、すなわち、V_S の最大値は次式が成立するときである。

$$p_{1,i} = p_{2,i} = \cdots = p_{n,i} \ (i = 1, 2, \cdots m) \qquad (2-9)$$

上式が成立するとき、（２－７）式を用いると次の関係式が得られる。

$$p_{1,i} = p_{2,i} = \cdots = p_{n,i} = \bar{p}_i \qquad (2-10)$$

（２－10）式の事象 x_i の生起率 $p_{k,i}$ は要素に依存しない一定値であり、さらに、（２－７）式で定義した平均生起率に等しいことを意味する。したがって、（２－７）式で定義される平均生起率を一定にすれば、（２－８）式の右辺の第１項は一定値になり、第２項が最小値をとるとき、すなわち、（２－10）式が成立するとき、（２－８）式の V_S は最大値をとる。

結局、（２－７）式の平均生起率を一定にするという条件のもとでの $p_{k,i}$ の一様性は、直列システム全体の故障生起確率の分散を尺度とした偶然の変動量を最大にさせることになる。これは、要素の種類や性能の一様性、すなわち、生起率の一様性は、偶然の世界での予期せぬ不確定要因に対してシステムの信頼度を不安定化させる大きな要因になるということを意味する。別解釈をすれば、$p_{k,i}$ の一様性を欠いた多様性は、予期せぬ偶然の不確定要因によるシステム信頼度への影響を抑制し、直列システム全体の故障生起確率の分散を尺度とした偶然の変動量を減少させることになる。

偶然の世界でのＹ要因に起因する諸事象を想定し、システムを構成する各要素の種類や性能に多様性を与えることは、その生起率の均一性を崩し、生起率の多様性を生むことになり、その結果として、直列システム全体の故障生起確率の分散を尺度とした偶然の変動量が抑制され、システムのある一定な故障生起確率の安定化が保たれることで、システムのロバスト性が維持されるという極めて有意義な結論が導かれることになる。

（２－10）式の m 個の事象のうちでひとつでも等号が成立すれば、V_S が大きくなり、等号の数が増加するにつれて V_S も単調増加する。等号の数が m 個になったとき、V_S は最大になる。逆に、その等号の数が少ないほど、すなわち、生起率に多様性があるほど、システムのロバスト性が強く発揮されることになる。

一方、必然の世界でのＸ要因のみを考慮した場合は、その多様性は統計量として数値的に得られ、前述のように、$x_i = P_k$ において $P_{k,i} = 1$、他の事象の生起率は０になる。そのとき、直列システム全体の故障生起確率は確率論的手法により確定値として評価され、（２－５）式の分散は０になる。このような理念で構築されたシステムは、偶然の世界での予期せぬ不確定要因が発生した場合、システムの故障生起確率は大きな影響を受け、システムのロバスト性が維持できない機能不全状態に浸る可能性が生じることになる。それ故、システム構築時の不確定要因としてX, Ｙの２つを想定し、システムを構成する要素の種類や性能に関する多様性をシステム内に内包させることで、システムのロバスト性は維持され、システムの維持・保全そして発展への大きな原動力になる。

Wassily Hoeffding は、２つの結果のみが出現可能なベルヌーイの試みを用いて、確率変数の和の分散の変動量に対してほぼ同様な結論を得ている[1]。

(b)　並列システムの場合：並列システムはシステムを構成する要素のすべてが故障したときに、同時にシステムも故障するモデルで、一つの要素さえ健全であれば、システムの安全性は保たれる。このような並列システムの故障確率は、直列システム同様に、各要素の故障事象は確率統計的に独立であるとすれば、各要素の故障確率 P_k の積で表され、次式になる。

$$P_{FP} = \prod_{k=1}^{n} P_k \qquad （２－11）$$

ただし、p_{FP}：並列システムの故障生起確率

並列システムの故障生起確率の分散 V_P は、仮定により各要素の故障確率は確率統計的に独立であるから、次式になる。

$$V_P = \prod_{k=1}^{n} E\left[P_k^2\right] - \prod_{k=1}^{n} E^2\left[P_k\right] \qquad （２－12）$$

直列システムと同様に、P_k の実現可能な故障事象を離散型で表すと、（２－12）式は次式になる。

$$\begin{aligned} V_P &= \prod_{k=1}^{n}\left(x_1^2 p_{k,1} + x_2^2 p_{k,2} + \cdots + x_m^2 p_{k,m}\right) \\ &\quad - \prod_{k=1}^{n}\left(x_1 p_{k,1} + x_2 p_{k,2} + \cdots + x_m p_{k,m}\right)^2 \qquad （２－13） \end{aligned}$$

さらに、（２－３）式を用いて（２－５）式と同様な展開を行う。また、$p_{k,i} \leq 1$ であるので、その３次以上の項を微小項として無視できる場合を想定すれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} V_P = x_m^{2(n-1)} \Big\{ & (x_m - x_1)^2 \sum_{k=1}^{n} p_{k,1} + (x_m - x_2)^2 \sum_{k=1}^{n} p_{k,2} + \cdots \\ & + (x_m - x_{m-1})^2 \sum_{k=1}^{n} p_{k,m-1} \Big\} - I\left[p_{k,i}^2, p_{k,i} p_{j,l} \right] \qquad （２－14） \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} I\left[p_{k,i}^2, p_{k,i} p_{j,l} \right] = {} & x_m^{2(n-1)} \Big\{ (x_m - x_1)^2 \sum_{k=1}^{n} p_{k,1}^2 \\ & + (x_m - x_2)^2 \sum_{k=1}^{n} p_{k,2}^2 + \cdots + (x_m - x_{m-1})^2 \sum_{k=1}^{n} p_{k,m-1}^2 \Big\} \\ & + x_m^{2(n-1)} \Big\{ \sum_{l=2}^{m-1} (x_m - x_1)(x_m - x_l)\left(4x_m^2 - (x_m + x_1)(x_m + x_l)\right) \cdot \\ & \sum_{k=1}^{n} \sum_{j=1, j \neq k}^{n} p_{k,1} p_{j,l} + \sum_{l=3}^{m-1} (x_m - x_2)(x_m - x_l)\left(4x_m^2 - (x_m + x_2)(x_m + x_l)\right) \cdot \\ & \sum_{k=1}^{n} \sum_{j=1, j \neq k}^{n} p_{k,2} p_{j,l} + \cdots\cdots + (x_m - x_{m-2})(x_m - x_{m-1}) \cdot \\ & \left(4x_m^2 - (x_m + x_{m-2})(x_m + x_{m-1})\right) \cdot \sum_{k=1}^{n} \sum_{j=1, j \neq k}^{n} p_{k,m-2} p_{j,m-1} \Big\} \\ & + 2x_m^{2(n-1)} \sum_{l=1}^{m-1} (x_m - x_l)^2 \left(4x_m^2 - (x_m + x_l)^2\right) \sum_{k=1}^{n} \sum_{j=1, j \neq k, j > k}^{n} p_{k,l} p_{j,l} \\ & + 2x_m^{2(n-1)} \Big\{ \sum_{l=2}^{m-1} (x_m - x_1)(x_m - x_l) \sum_{k=1}^{n} p_{k,1} p_{k,l} \\ & \quad + \sum_{l=3}^{m-1} (x_m - x_2)(x_m - x_l) \sum_{k=1}^{n} p_{k,2} p_{k,l} \\ & \quad + (x_m - x_{m-2})(x_m - x_{m-1}) \sum_{k=1}^{n} p_{k,m-2} p_{k,m-1} \Big\} \end{aligned}$$

上式中の $I\left[p_{k,i}^2, p_{k,i} p_{j,l}\right]$ は $p_{k,i}$ に関する２次の項のみからなっている。さらに、直列システムと同様に、（２－７）式の平均生起率を導入し、相加相乗平均の関係式を用いると次のような不等式が得られる。

$$V_P \leq n x_m^{2(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (x_m - x_i)^2 \, \overline{p}_i - Min.I\left[p_{k,i}^2, p_{k,i} p_{j,l} \right] \qquad （２－15）$$

$$\begin{aligned} \text{ただし、} Min.I\left[p_{k,i}^2, p_{k,i} p_{j,l} \right] = {} & n x_m^{2(n-1)} \Big[(x_m - x_1)^2 \Big\{ \prod_{k=1}^{n} p_{k,1}^2 \Big\}^{\frac{1}{n}} \\ & + (x_m - x_2)^2 \Big\{ \prod_{k=1}^{n} p_{k,2}^2 \Big\}^{\frac{1}{n}} + \cdots + (x_m - x_{m-1})^2 \Big\{ \prod_{k=1}^{n} p_{k,m-1}^2 \Big\}^{\frac{1}{n}} \Big] \\ & + n x_m^{2(n-1)} \Big\{ \sum_{l=2}^{m-1} (x_m - x_1)(x_m - x_l)\left(4x_m^2 - (x_m + x_1)(x_m + x_l)\right) \cdot \\ & \qquad \Big\{ \prod_{k=1}^{n} \sum_{j=1, j \neq k}^{n} p_{k,1} p_{j,l} \Big\}^{\frac{1}{n}} \\ & \quad + \sum_{l=3}^{m-1} (x_m - x_2)(x_m - x_l)\left(4x_m^2 - (x_m + x_2)(x_m + x_l)\right) \cdot \\ & \quad \Big\{ \prod_{k=1}^{n} \sum_{j=1, j \neq k}^{n} p_{k,2} p_{j,l} \Big\}^{\frac{1}{n}} + \cdots + (x_m - x_{m-2})(x_m - x_{m-1}) \cdot \\ & \left(4x_m^2 - (x_m + x_{m-2})(x_m + x_{m-1})\right) \cdot \Big\{ \prod_{k=1}^{n} \sum_{j=1, j \neq k}^{n} p_{k,m-2} p_{j,m-1} \Big\}^{\frac{1}{n}} \Big\} \\ & + 2n x_m^{2(n-1)} \sum_{l=1}^{m-1} (x_m - x_l)^2 \left(4x_m^2 - (x_m + x_l)^2\right) \Big\{ \prod_{k=1}^{n} \sum_{j=1, j \neq k, j > k}^{n} p_{k,l} p_{j,l} \Big\}^{\frac{1}{n}} \\ & + 2n x_m^{2(n-1)} \Big\{ \sum_{l=2}^{m-1} (x_m - x_1)(x_m - x_l) \Big\{ \prod_{k=1}^{n} p_{k,1} p_{k,l} \Big\}^{\frac{1}{n}} \\ & \quad + \sum_{l=3}^{m-1} (x_m - x_2)(x_m - x_l) \Big\{ \prod_{k=1}^{n} p_{k,2} p_{k,l} \Big\}^{\frac{1}{n}} \\ & \quad + (x_m - x_{m-2})(x_m - x_{m-1}) \Big\{ \prod_{k=1}^{n} p_{k,m-2} p_{k,m-1} \Big\}^{\frac{1}{n}} \Big\} \end{aligned}$$

上式において、各要素の事象 x_i の値として、$x_1 \leq x_2 \leq \cdots \leq x_m$ と見なしても一般性を失うことはない。そのとき、（２－15）式の右辺の $I\left[p_{k,i}^2, p_{k,i} p_{j,l}\right]$ に含まれる全項の符号は正になる。直列システムと同様に、平均生起率 $\overline{p}_i$ を一定にするという条件のもとでの分散 V_P の最大値は $I\left[p_{k,i}^2, p_{k,i} p_{j,l}\right]$ が最小値をとるときである。結局、V_P の最大値は（２－15）式の等号が成立するときに生じ、そのときに事象 x_i の生起率 $p_{k,i}$ に要求される条件式は（２－10）式と全く同じになる。すなわち、直列システムと並列システムのいずれの場合も、（２－10）式が成立するとき、両システムの故障生起確率の分散は最大になる。

したがって、直列システムと同様に、並列システムも（２－７）式の平均生起率を一定にするという条件のもとでの $p_{k,i}$ の多様性、言い換えれば、一様性を欠くことは並列システムの故障生起確率の分散を尺度とした偶然の変動量を減少させることになる。

並列システムの場合も（２－10）式の m 個の事象のうちでひとつでも等号が成立すれば、V_S が大きくなり、等号の数が増加するにつれて V_S も単調増加し、等号の数が m 個になったとき、V_S は最大になる。逆に、その等号の数が少ないほど、すなわち、生起率に多様性があるほど、システムのロバスト性が強く発揮されることになる。

以上、システムを直列システムと並列システムの２つに大別し、システムの故障生起確率に及ぼす各要素の種類や性能に関する多様性がシステムのロバスト性の維持に大きな役割を果たすことについて解析的に考察した。

序論で述べたように、自然界の生命体の集合もひとつのシステムと見なすことができる。そのモデル化は極めて複雑であり、無論、直列システムや並列システムおよびその組み合わせシステム等の簡単なシステムでモデル化することはできない。しかしながら、以上の解析結果から推察するならば、自然界における生命体の多様性は、偶然の世界で生じる生命体の存続・維持の危機を回避し、システム崩壊確率の偶然の変動量を抑制し、システムのロバスト性を発揮するうえで大きな役割を果たしてきたと云えるだろう。

３．情報理論的観点に基づくシステムのロバスト性

前項で、システムを構成する各要素の種類や性能に関する多様性は各要素の故障確率の生起率に多様性を与え、システム全体の故障生起確率の分散を尺度とした偶然の変動量を減少させることを示した。

システムを構成する各要素の種類や性能に依存する生起率の多様性はシステムが有するひとつの情報である。それ故、この多様性が情報理論的観点からどのような意味を有するのかを明らかにしておくことは大変重要である。

ここでは、情報を量的に測り得るものにするための情報量から定義されるエントロピーを用いて多様性が有する意味を考察する。

本来、エントロピーなる言葉は、熱力学の第２法則を説明するために、ドイツの物理学者であるクラジウスによって初めて導入されたもので、ある種の無秩序さを表す量である。ある瞬間において、システムが如何なる微視的状態にあるかということに関するあいまい性または不確定性を表す。シャノンはこのエントロピーを情報理論に応用し、不確定性を相対的に計量する物理量として情報のエントロピーを定義した。これは、一種の不確定性の度合い表す種々の社会現象が確率的事象であるとすれば、社会現象の不確定性や無秩序の度合いを、絶対的ではなく、相対的に評価する物理量として大変有効であり、応用範囲も大変広い。事実、エントロピーは、工学分野の不確定性を有する種々のパラメーターの合理的な推定手法として応用され、有意義な結果が得られている[2],[3]。

序論で述べたように、不確定要因としてX, Yの２つがある。X 要因のみを考慮したときの各要素の故障確率の生起率は $x_i = P_k$（確定値）において $p_{k,i}=1$ であり、他の故障確率に対しては $p_{k,i}=0$ であるからエントロピーは０になり、システムに内包されるあいまい性はない。それ故、この項では、Y 要因によりシステムに内包される不確定性の度合いをエントロピーを用いて定量的に評価する。この不確定性とは、偶然の世界で予想される確率的事象である不確定要因に対するシステムまたは各要素の対応能力に関する不確定性を表す。

表１に示した n 個の要素の全事象の生起率から定義されるエントロピーは一般に次式になる[3]。

$$H\left(p_{1,1},p_{1,2},\cdots,p_{1,m},p_{2,1},p_{2,2},\cdots,p_{2,m},\cdots,p_{n,m}\right)$$
$$=\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}-p_{k,i}\log p_{k,i} \qquad (3-1)$$

上式のエントロピーは、確率試行結果の状態に関する不確定さを表す。ここで、前項で導入した（２－３）式と（２－７）式の２つの拘束条件を用いて、（３－１）式を最大にするエントロピー H を求めてみる。そのために、λ_k と μ_k をLagrangeの未定係数として、次式で表される関数を導入する。

$$F\left(p_{1,1},p_{1,2},\cdots,p_{1,m},p_{2,1},p_{2,2},\cdots,p_{2,m},\cdots,p_{n,m}\right)$$
$$=\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}-p_{k,i}\log p_{k,i}+\sum_{i=1}^{m}\lambda_i\left(n\overline{p}_i-\sum_{k=1}^{n}p_{k,i}\right)$$
$$+\sum_{k=1}^{n}\mu_k\left(1-\sum_{i=1}^{m}p_{k,i}\right) \qquad (3-2)$$

関数 F は、$p_{k,i}$ $(k=1,2,\cdots n\ ;\ i=1,2,\cdots,m)$ に対して上に凸な関数なので、H の最大値は次式が成立するときに起きる。

$$\frac{\partial F}{\partial p_{k,i}}=-\log p_{k,i}-1-\lambda_i-\mu_k=0 \qquad (3-3)$$

上式より、２つの拘束条件のもとで H を最大にする生起率 $p_{k,i}$ は次のようになる。

$$p_{k,i}=\frac{\exp(-\lambda_i)}{\sum_{j=1}^{m}\exp(-\lambda_j)} \quad (i=1,2,\cdots,m) \qquad (3-4)$$

（３－４）式を（２－７）式に代入すると、λ_i は要素の数 n と平均生起率 $\overline{p}_i$ のみの関数で表され、次式になる。

$$\lambda_i=\frac{1}{n-1}\log\frac{\prod_{j=1,\,j\neq i}^{n}\overline{p}_j}{\overline{p}_i^{\,n-2}} \qquad (3-5)$$

さらに、上式を（３－４）式に代入すれば、次のような条件式が得られる。

$$p_{1,i}=p_{2,i}=\cdots=p_{m,i}=\overline{p}_i\ (i=1,2,\cdots m) \qquad (3-6)$$

（２－４）式と（２－７）式の２つの拘束条件のもとで、（３－１）式のエントロピーを最大にすることで得られた（３－６）式は（２－10）式と全く同等である。このことは、この２つの拘束条件が成立する条件のもとで、エントロピーが最大になるときの要素の故障に関する各事象の生起率は、要素に依存しない平均生起率に等しいときに起きることを示している。（２－10）式が成立する状態、すなわち、各要素の事象の生起率が一様で、さらに、その平均生起率に等しいとき、システム全体の故障生起確率の分散を尺度とした偶然の変動量を増大させ、さらにエントロピーをも最大化させることになる。エントロピー最大時のシステムは、あいまい性、すなわち、不確定性が最大になり、偶然の確率的事象である不確定要因に対する各要素の対応能力にあいまい性が生じることになる。これは、システムの無秩序な混沌とした状態を表し、一種のカオス的現象になることを意味する。

したがって、予測不可能な偶然の世界での種々の不確定要因に対して、各要素の故障事象の平均生起率が一定であるという条件を有するならば、すなわち、各要素の種類や能力の平均値が一定ならば、生起率 $p_{k,i}$ に多様性があるほど、言い換えれば、種類や能力に多様性があるほど、システム全体の故障生起確率の偶然の変動量を減少させ、さらには、エントロピーをも減少させることになる。予測不可能な不確定要因に対しては、要素の種類や性能に多様性を有することで何らかの秩序が生まれ、システム全体を混沌とした無秩序から秩序へと変化させる、という極めて意味ある結果が得られることになる。それ故、システムを構成する要素の多様性は、カオスの領域において目的実現のための何らかの秩序を与え、秩序を有する複雑系の領域、すなわち、カオスの縁に導く役割を果たすと云えるだろう。

（３－６）式が成立するときのエントロピー（３－１）式の最大値は、（３－６）式を（３－１）式に代入すれば得られる。

$$H\left(p_{1,1}, p_{1,2}, \cdots, p_{1,m}, p_{2,1}, p_{2,2}, \cdots\right) \leq n \sum_{i=1}^{m} -\overline{p}_i \log \overline{p}_i \quad （３－７）$$

４．数値解析例による考察

この項では、直列システムと並列システムの２つのシステムを例として挙げ、システムを構成する各要素の種類や性能に関する多様性が、システム全体の故障生起確率にどのような影響を及ぼすのかを具体的な数値解析例により考察する。

解析例は直列システムと並列システムの２つで、要素数はいずれも４個とし、問題を簡単にするために、起こりうる要素の故障確率の事象を x_1 , x_2 , x_3 の３つを仮定した。

CASE A

要素 ＼事象	x_1	x_2	x_3
（1）	1	0	0
（2）	1	0	0
（3）	1	0	0
（4）	1	0	0

CASE B

要素 ＼事象	x_1	x_2	x_3
（1）	0.8	0.1	0.1
（2）	0.8	0.1	0.1
（3）	0.8	0.1	0.1
（4）	0.8	0.1	0.1

CASE C

要素 ＼事象	x_1	x_2	x_3
（1）	0.8	0.0	0.2
（2）	0.8	0.1	0.1
（3）	0.8	0.2	0.0
（4）	0.8	0.1	0.1

CASE D

要素 ＼事象	x_1	x_2	x_3
（1）	0.9	0.05	0.05
（2）	0.9	0.05	0.05
（3）	0.9	0.05	0.05
（4）	0.5	0.25	0.25

CASE E

要素 ＼事象	x_1	x_2	x_3
（1）	1.0	0.0	0.0
（2）	1.0	0.0	0.0
（3）	0.9	0.05	0.05
（4）	0.3	0.35	0.35

まず、直列システムの解析例について述べる。以下に故障確率 x_1 , x_2 , x_3 の数値は、不確定要因は正規分布に従うものと見なして適当に算出した値であり、この値自体には特別な意味はない。CASE A は、全要素の故障確率 $x_1 = 0.0135$ が生起率１、他の故障事象 x_2 , x_3 の生起率は０の場合で、必然の世界での予測可能な不確定要因のみが生起する状態を想定し、要素の故障確率を確定値と見なしたときの例である。各要素の生起率が全て１であることから、要素の種類や性能は全て同じ場合である。CASE B は、偶然の世界での予測不可能な不確定要因により、要素の故障確率を確定値と見なすことが現実的に難しいことを前提にした場合で、他の故障確率 $x_2 = 0.0272$、$x_3 = 0.0539$ が確率的事象として生起する場合を想定した例である。表中の値は、各要素がそれぞれの故障確率で生起する生起率である。この２つの解析例は生起率の値は異なるが、事象 x_1 , x_2 , x_3 に対する各要素の生起率は全て同じである。CASE C は x_2 , x_3 の２つの事象にばらつきが生じる場合である。CASE D は x_1 , x_2 , x_3 の３つの事象にばらつきが生じる場合であり、最後の CASE E は、要素（4）が予期せぬ不確定要因により、x_1 の生起率が 0.3 と極端にその能力が劣っている場合の解析例である。

システムの故障生起確率に関する従来型の解析法は、一般に、システム構築前の予測可能な不確定要因の統計資料から算出される統計量を用いて解析される方法で、ある特定事象 x_1 の生起率が１の CASE A の場合に相当する。つまり、必然の世界での予測可能な不確定要因の統計量は既知で、偶然の世界の予期せぬ不確定要因による故障事象は無いことを前提にした解析法で、事象 x_1 の生起率は１であり、予期せぬ他の事象 （ x_2 , x_3 ） の生起率は０になる。CASE B, C, D, E の解析例は、システムの故障生起確率の評価に際して、未知な予期せぬ不確定要因は全く生じないというのは非現実的と見なし、偶然の世界での何らかの原因により、他の故障事象 x_2 , x_3 も確率的事象として起こりえることを前提にした場合の例である。

今、システム構築上の諸条件等に関する統計資料により、当初のシステムの故障生起確率 x_1 を 80％保障するが、x_2 , x_3 も確率的事象としてそれぞれ 10％の確率で生起することは止むを得ないものと仮定し、CASE B に示した各事象の生起率は許容されるものとする。CASE B は各事象に対して要素の生起率が 0.8、0.1、0.1 とすべて同じ値で、要素に多様性がない場合であり、CASE C 、D 、E は各事象 x_i（$i = 1, 2, 3$）の生起率の平均はそれぞれ 0.8、0.1、0.1 で、CASE B と同じ生起率を有するが、その生起率は均一ではなく、多様性がある場合である。CASE C 、D 、E はその平均生起率は CASE B と同じであるという条件のもとで、ばらつきの度合いを徐々に大きくした場合、すなわち、要素の多様性の度合いを徐々に大きくした場合を想定した例である。

表２は CASE 毎のシステム全体の故障生起確率 （２－１）式の偶然の変動量を表すパラメータとして変動係数を示した。CASE A の解析例は予測可能な不確定要因の統計資料は既知で、予期せぬ不確定要因は全く無いことを前提にした場合であるから、事象 x_1 が生起率１で保障される。そのため、表１に示された CASE A の場合の全システムの故障生起確率の偶然の変動はなく確定値であるから、その変動係数は０である。CASE C 、D 、E は、各要素の各事象に関する生起率の平均は全て同じであるが、そのばらつきの度合いを順に大きくしてある。表１から分かるように、そのばらつきが大きくなるほど、システム全体の故障生起確率の変動係数が小さくなる。これは、要素の各故障事象の生起率に対してその平均生起率を保障すれば、生起率のばらつきが大きいほど、言い換えれば、多様性が大きいほど、直列システム全体の故障生起確率の分散を尺度とした偶然の変動量は小さくなり、安定した値になることを意味する。すなわち、システムのロバスト性が発揮されることになる。

次に並列システムの解析例について述べる。各要素の故障事象の生起率は直列システムと全く同じである。

表２から分かるように、直列システムと同様に、各要素の種類や性能に関する多様性が大きいほど、並列システム全体の故

障生起確率の分散を尺度とした偶然の変動量が小さくなり、システムのロバスト性が発揮されることになる。

システム＼CASE	A	B	C	D	E
直列システム	0.0	0.327	0.323	0.302	0.253
並列システム	0.0	1.770	1.593	1.463	0.817

表２　各 CASE の変動係数

A	B	C	D	E
0.0	2.56	2.28	2.22	1.49

表３　各 CASE のエントロピーの値（単位：nat）

表３は（３－１）式および（３－７）式から得られるエントロピーの値を示した。表中の数値の単位はナット（nat）で、自然対数の底 e を用いた。エントロピーそのものの値は絶対的ものではなく、相対的な値として評価される。表中の値は両システムのエントロピーで、同じデータを用いているために同じ値になる。

CASE A の場合は、各事象の生起率は１で確定値であるから、あいまい性は全くない。そのため、表の値は０である。CASE B は、（３－６）式が成立するときであるから、エントロピーは最大になり、そのときの値は（３－７）式から得られ、表から 2.56nat になる。また、CASE C 、D 、E の順に、各事象の生起率のばらつきが大きくなるので、逆にエントロピーの値が小さくなっていくのが分かる。これは、要素の故障に関する各事象の生起率にばらつきがあるほど、言い換えれば、要素の種類や能力に多様性があるほど、システム全体の故障生起確率に関するあいまい性は減少し、システムのロバスト性が発揮されることになる。これは、一般常識的な判断からすれば、逆の結果になっているように思われるが、ほぼ同じような能力を有する要素から構成されると、システムは混沌とし、脆くなってしまうということである。

予期せぬ不確定要因がほとんどなく、平常時の予測可能で安定的な環境条件下にある場合、システムに多様性を包含させることによる負荷が想定されることも考えられるが、システムのロバスト性の維持のためには、多様性は必要不可欠であるといえるだろう。

以上述べたことは、システムを構成する各要素の種類や機能上の多様性がシステム全体の故障生起確率の偶然の変動量に及ぼす影響をエントロピーを用いて数量的に評価したものである。全体を抽象化した表現式を用いているため、内容は普遍的であり、またその適用範囲はある特定分野に限定されるものではない。ただし、解析上の仮定および簡単化した表現式を用いているため、現実の事象に則って正確にモデル化していないのは無論である。

最後に、デザイン教育への適用を試みてみよう。

デザイン志望の学生グループがある。この学生グループは、将来、立派なデザイナーになりたいという目的をもつ集団であるから、ひとつのシステムと見なすことができる。さらに、学生グループの中の少なくともひとりが、予め設定されたレベル以下の落ちこぼれ学生になったときにシステムはデザイン教育機能不全状態に陥ると仮定すれば、おおむね直列システムでモデル化できる。問題を簡単にするために、大学の授業科目としてデッサン力の単位のみを考えることにする。無論、デザインに関わる他の科目の単位も考慮する必要であるが、ここでは、問題の簡単化のため省略する。

デッサン力はシステムを構成する要素と見なすことができる。x_i をデッサン力に関する科目の単位未修得確率を表す事象とし、x_1 , x_2 , x_3 をそれぞれ低いレベル、中レベル、高いレベルの未修得確率としよう。学生が教員から指導を受けてデッサン力の単位を修得できるかどうかは、確定的な事象ではなく、確率的事象で表されるものとする。無論、学生各自が努力すれば、単位を修得する確率は高くなるが、ここでは、各学生の努力の度合いは同じで、単位を修得できるかどうかは、担当教員の指導時間のみに依存するものとする。（２－１）式で表される P_{FS} は落伍者が少なくともひとり生まれる確率を表すから、システム全体におけるデザイン教育システムの機能不全確率と見なすことができる。

学生グループのうちの代表学生４人のデータとして、それぞれの事象の未修得確率の生起率が一様で、同じ値を示す CASE B と、その生起率に多様性を含む CASE E の２つの場合を考えてみる。デッサン力以外の他の科目に対しても、それぞれ CASE B と CASE E のような傾向を有したデータがあるものと仮定すべきであるが、前述のように、ここでは省略する。教員から指導を受ける前の学生間のデッサン能力には能力差は無いものとし、また、教員による全指導時間は一定と仮定する。さらに、この仮定のもとで、全学生の単位未修得確率の生起率の平均は一定、すなわち、（２－７）式は成立するものとする。

CASE B は、各学生の単位未修得率を表す事象の生起率が均一になるような指導を想定した場合であり、CASE E は、その平均値を一定にするという条件のもとで、各学生の単位未修得確率の事象の生起率を均一にならないように指導時間を適当にばらつかせ、学生の能力に多様性が生じるように指導した場合である。以上述べた２つの数値例をもとに、学生への教育指導をどのようにすべきかを考えてみよう。

CASE B の場合は、単位修得に際しての予期せぬ種々の不確定要因に対して、システムとしての全学生に対するデザイン教育の機能不全確率の分散を尺度とした偶然の変動量が大きくなることを表す。これは、全学生のデザイナーとしての素養の分散が大きくなり、単位を修得し、優れたデザイナーになる学生もいれば、単位を修得できずに、無能で劣ったデザイナーになる学生もいるといったように、学生グループ全体のデザイナー集団としての信頼性が欠け、情報理論的には混沌とした状態になることを意味する。ここで、個人的妄想を述べるならば、第一義的な教育理念として、全学生中の一握りの学生のみを立派なデザイナーに育て、他の学生はどうでもよいということであれば、CASE B になるような教育指導をとることも考えられる。すなわち、徹底して、全学生の各事象に関する能力が同じになるように教育すれば、そのうちの何人かの学生が偶然の事象として、立派なデザイナーになる可能性が生じるとことになる。しかしながら、同じ割合で無能で劣ったデザイナーになる可能性も生じ、大きなリスクが存在するので、デザイン教育としてはあまり推奨できない。この場合は、教育の全ての事象に対する教育機会の均等という理念は大きな意味を有することになる。

一方、CASE E の場合は、単位取得に際しての予期せぬ種々の不確定要因に対して、システムとしての全学生に対するデザイン教育の機能不全確率の分散を尺度とした偶然の変動量が小さくなるから、単位未修得率は安定し、全学生のデザイナーとしての素養は予め予想されたレベルで平均化し、そのレベルに対する信頼性が増すということになる。無論、グループ全員のデザイナーとしての素養を高めるためには、教育指導時間を増やせばよい。それ故、前述と同様に、個人的妄想を述べるならば、学生グループに対するデザイン教育の機能不全確率の偶然の変動を抑制し、その信頼性を増すということを第一義的な教育理

念とするならば、各学生への教育指導時間を適当にばらつかせ、各事象に対する学生の能力に多様性を与えたほうが、その実現の可能性が高くなる。この場合は、全ての事象に対する教育機会の均等という理念は大きな意味をなさないことになる。

CASE B と CASE E のいずれの場合も、教育システムを構成する要素は学生と教員である。以上述べた解析の前提条件として、システムを構成する要素は確率統計的に独立であるとしていることである。これは、各学生と指導教員をも含めて、人間としてお互いの信頼のもとで尊重し合うという基本的教育理念の成立が前提条件になっていることを意味する。

５．結論

社会、環境、教育および自然界に関する種々の分野において、何らかの目的達成の手段として構築した理念や組織等をひとつのシステムとしてモデル化し、偶然の世界での予期せぬ環境変化や不確定要因等によりシステムの故障生起確率の分散を尺度とした偶然の変動量に大きな影響を及ぼす事態が生じても、システムを構成する要素の種類や性能の多様性により、システムのロバスト性の維持は可能であることを確率論的および情報理論的観点から科学的に論及した。さらに、構成要素の多様性を有することにより、システムに内包されるあいまい性の度合いを表すエントロピーをも減少させ、偶然の世界での予期せぬ不確定要因に対するシステムの対応能力を高めることになる。これは、不確定要因によりシステム内に生じる諸事象の無秩序状態を秩序化へと転換させるという僥倖にめぐり合える機会をつくることを意味するものであり、要素の多様性はシステムのロバスト性をもたらし、その維持・保全そして発展への原動力のひとつになる。

参考文献

１．Wassily Hoeffding: On the Distribution of the Number of Successes in Independent Trials, The Annals of Mathematical Statistics, Vol.27, No.3, pp.713－721

２．Colin B.Brown: Entropy Constructed Probability, Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE, Vol.106, No. EM4, August, 1980, pp.633－640

３．有本卓：確率・情報・エントロピー、森北出版株式会社

４．林晋：パラドックス、日本評論社

５．イアン・スチュアート：もっとも美しい対称性、日経BP社