社会基盤の維持・補修システム構築のための解析的アプローチ

An Analytical Approach to Developing Maintenance and Repair System of Infrastructures

洪　起
KOH　Ki

キーワード：社会基盤、鉄筋コンクリート構造物、耐力劣化
高架橋、信頼度関数、組み合わせ荷重、時間依存型信頼性解析、最尤崩壊モード

Keywords : infrastructure, reinforced concrete structure, resistance deterioration, highway bridge, reliability function, load combinations, time-dependent reliability analysis, most likely failure mode

The number of accidents of infrastructures due to aging has been recently increasing and the aging of it has become a serious problem. Aggressive environment and in-service loading can cause the resistance deterioration of the infrastructures such as tunnel and highway bridge. It is necessary to formulate time-dependent reliability analysis on account of developing the rational maintenance strategy and reliable prediction of service life of infrastructures. In this report, the reliability function of deteriorating infrastructures due to aging under load combinations consisting of dead, live and main external load of earthquake is analytically derived, applying the advanced first order and second moment method with the statistics of the residual resistance of each failure mode of element which has survived up to time.

１．はじめに

日本の「高齢化問題」は深刻である。高齢化問題というと、一般に高齢者の医療・介護等の社会問題を思いがちであるが、その他に社会基盤の高齢化問題がある。1960年代以降の日本の高度経済成長を支えた社会基盤であるトンネル、高速道路高架橋およびコンビナート等の高齢化による老朽化はかなり進行しており、その危険性が指摘されている。特に、1964年開業の東海動新幹線の鉄橋、トンネルおよび総延長約300㎞の首都高速道路の老朽化は深刻である。経済活動の活性化に伴い、交通量が増大し、車両の大型化や積載量の増大もあり、道路機能を取り巻く諸条件は建設当初時のそれよりかなり異なっていることも老朽化を助長していると思われる。

2012年12月２日に発生した山梨県の中央道「笹子トンネル」事故はトンネル上部に設置されたコンクリート製の天井版の崩落によるもので、９人が亡くなった。天井版を吊るすアンカーボルトがコンクリートから抜け落ちたことで起きた事故で、コンクリートとアンカーボルトの接着部分の老朽化による耐力劣化がその原因であり、また、その一ヶ月後の「紀見トンネル」事故で発生したトンネル側壁のコンクリート剥離も、同様に、コンクリートの老朽化がその原因であると思われる。日本ばかりでなく、米国でもコンクリートの老朽化による事故が多発している。2007年には、ミネアポリスで高速道路高架橋が崩落して13人が亡くなる事故があり､高架橋が落ちるのは絵空事ではない。

社会基盤の多くは鉄筋コンクリート造であるため、コンクリートの老朽化による耐力劣化は社会基盤の劣化を意味し、国民の社会生活や経済活動に甚大な影響を及ぼすばかりでなく、社会不安を引き起こし、何よりも日本全国を暗くする。そのため、コンクリートの老朽化対策は、社会基盤の安全性を確保し、国民の生命を守るうえで大変重要であり、喫緊の課題である。

鉄筋コンクリート造の耐力劣化の主な原因は、コンクリートの塩害、中性化およびアルカリ反応の化学的腐食等の環境要因による鉄筋の腐食によるものであり、現在までのところ、耐力劣化を防止する根本的解決策は見つかっていない。現実的解決策は、補修等により耐力の増強を図るかまたは耐力劣化の進行を遅らせるかのいずれかである。しかしながら、そのための定期的な点検・調査とその結果に基づく維持・補修等のメインテナンスには莫大な費用が必要とされる。そのため、社会基盤の長寿命化を想定し、耐力劣化現象を時系列上の必然的事象として捉えるならば、社会基盤のある一定の安全レベルを維持するための補修等の処置を経済的かつ計画的に実施する最適メインテナンス戦略が必要であり、Life Cycle Costの最小化を考えた維持・補修システムの構築は不可欠であるという観点から､1990代から主に米国と日本で研究されて来た［1］,［2］,［3］,［4］。岩松等［4］は、コンクリート橋の損傷状態を把握するためにファジー理論を導入し、部材単位の損傷状況を数量的に評価し、それに対してどのような維持・修繕対策を施せば、Life Cycle Costの最小化を図れるかに関するデータベースに基づく研究を行っている。

一般の建物建築物は、建物全体の立体的形状から柱、梁及び壁等の構造要素の力学的合理性が発揮できるように配置され、経済性やデザイン性等を考慮した構造形態を有している。一方、社会基盤の公共建造物は主に機能性や安全性重視の立場から決められ、構造形態的には非常に単純である。例えば、高速道路高架橋（以下、高架橋とする）の構造形態は上部工と下部工の２つに分けられ、上部工は道路床版とこれを支える橋桁からなり、下部工はこの道路床版と橋桁を支える橋脚およびこれらを地中で支える基礎からなっている。これを一つのユニットとすれば、高架橋等の社会基盤は、このような一つのユニットが一方向に連なる単純な構造形態を形成している。そのため、この一つのユニットのみを対象にした維持・補修システムの構築を想定しても実用上十分である。

高架橋の道路床板、橋桁、橋脚および基礎等の要素は、一般建物の要素（柱､梁等）と比べて規模がかなり大きく、設計上もより高い安全性を有している。そのため、各要素

の安全性の確保および施工上の問題から静定架構になっている場合が多い。それ故、静定架構を構成する各部材を一つの要素と見なし、複数の要素からなる一つのユニットをシステムと見なすことにすれば、システムを構成する要素の中の少なくとも一つの要素が崩壊したときにシステム全体が崩壊するものと見なすことができ、ユニットは直列システムでモデル化される。本論で解析対象とする社会基盤は直列システムでモデル化される場合に限定される。

社会基盤の経済的かつ合理的な維持・補修システムを構築するうえで、老朽化や環境要因等による耐力劣化および交通量の増大等を含む時系列上の変化が社会基盤の安全性にどの程度影響を及ぼすかを定量的に把握するためにも、システムの時間依存型信頼性解析は不可欠である。しかしながら、一般に、時間依存型信頼性解析では、経年とともに単調に減少する不確定な耐力と、同様に不確定な荷重からなる多次元確率空間の中で、非破壊効果と耐力劣化効果を同時に考慮したシステムの安全領域を特定する必要があるため、信頼度関数の解析的表現式は大変困難になる。ここで、非破壊効果とは、不確定な荷重を受けて、システムが崩壊しなかった場合、システムの耐力は作用した荷重より大きかったことを意味し、引き続く不確定な荷重を受けるときのシステムの耐力の母集団は最初の荷重に対して崩壊しなかったという条件を考慮した確率密度関数で表されなければならないために、耐力が上昇する効果であり、また、耐力劣化効果は経年とともに生き残った残存システムの耐力のみに生じ、システムの信頼性が低下する効果を意味する。

それ故、既往の研究における時間依存型信頼性解析の多くはモンテカルロ・シミュレーションを用いており、また諸パラメータの確率過程や、耐力劣化の確率的複雑性のためにシステムとしての解析は難しく、研究成果はまだ少ない［7］,［8］。

本論は、固定荷重、時間依存型積載荷重および主荷重の地震荷重からなる組み合わせ荷重のもとで、社会基盤の時系列上の安全の度合いを表す信頼度関数の解析的表現式を定式化し、社会基盤の老朽化による危険性の数値的リスク評価のための一手法を提供するものであり、経済的かつ合理的な社会基盤の維持・補修システム構築のための解析的アプローチについて論及したものである。

２．作用する荷重の種類とそのモデル化

高架橋等を解析対象とし、システムとして取り扱う。システムがその使用期間中に受ける荷重は、竣工時に作用する固定荷重W_Dと、使用期間中に作用する積載荷重W_Lおよび地震荷重W_Eの和である。固定荷重と積載荷重は地震荷重と比してある程度小さい荷重と見なし従荷重とし、地震荷重は十分大きい主荷重とする。雪荷重は無視する。

固定荷重は時間変動を伴わない確率変動とし、積載荷重は時間変動を考慮してポアソン方形波過程（Poisson square wave process）で、また、主荷重である地震荷重は時間依存のポアソンインパルス過程（Poisson impulse process）でそれぞれモデル化する。W_L, W_Eの時系列上のk番目の荷重をそれぞれ$W_{L,k}, W_{E,k}$で表し、その密度関数はW_L, W_Eと同じ密度関数を有するものとする。従荷重と主荷重の記号と基本統計量は表－１に示した。

表－１　荷重と要素耐力に関する記号と基本統計量

	生起率	作用時間	平均値	変動係数	密度関数
W_D	—	—	$\overline{W}_D$	V_D	正規
W_L	ν_L	μ_L	$\overline{W}_L$	V_L	対数正規
W_E	ν_E	−	$\overline{W}_E$	V_E	対数正規
R_{ij}	—	−	$\overline{R}_{ij}$	$V_{R_{ij}}$	対数正規

R_{ij}：i 要素 j 次崩壊モードの耐力

ν_L, ν_E, μ_L：単位年当たりの数値

３．システムの信頼度関数

高架橋等を表すシステムは複数の構造要素から構成されているものとし、各要素は複数の崩壊モードを有するものとする。システムの崩壊は、各要素で想定される複数の崩壊モードのうちで少なくとも一つの崩壊モードが形成されたときに生じるものとする。要素の曲げ破壊、せん断破壊は一つの崩壊モードであり、ここでは、これらの崩壊モードのうちの一つの崩壊モードを解析対象とするのではなく、複数の崩壊モードを有する要素から構成される直列システムとして扱う。

各崩壊モードに対する要素の耐力は、通常、要素内の複数の箇所の応力等によって定義されるが、ここでは、信頼度関数の解析的表現式を簡潔にするために、一つの確率変数で表されるものとする。

今、システムはm個の要素から構成されているものとすれば、i要素の安全事象E_iは、i要素で想定されるn_i個の崩壊モードのうちのいずれも生起しない事象の積事象で表され次式になる。

$$E_i = \left[E_{i1} \cap E_{i2} \cap \cdots \cap E_{in_i}\right] \tag{３－１}$$

ただし、E_{ij}：i 要素 j 次崩壊モードが生起しない事象

$1 \le i \le m, m$：システムを構成する要素の数

n_i：i 要素で想定される崩壊モードの数

i 要素 j 次崩壊モードに対する安全性規範は下記のX_{ij}で表されるものとすれば、E_{ij}はX_{ij}が正になる事象で表される。X_{ij}は要素に作用する荷重により異なり、時刻$t = 0$では固定荷重、$t > 0$では固定荷重、積載荷重、さらに主荷重である地震荷重が作用するので、次のようになる。

$$t = 0 : X_{ij} = R_{ij} - C_{D,ij} W_D \tag{３－２}$$

$$t > 0 : X_{ij} = R_{ij} - C_{D,ij} W_D - C_{L,ij} W_{L,k} - C_{E,ij} W_{E,k} \tag{３－３}$$

ただし、$C_{D,ij}, C_{L,ij}, C_{E,ij}$：荷重により生じる応力と耐力を関係づける変換係数

システムの安全事象Eは各要素のいずれの崩壊モードも生起しない事象、すなわち各崩壊モードの耐力はそれまでに受けた荷重履歴によって生じた応力より大きくならなけ

ればならないという事象の積事象で表され、次式になる。

$$E=[\ E_1 \cap E_2 \cap \ \cdots \cap E_m\ ] \qquad (3-4)$$

結局、システムの信頼度関数は、過去の不確定な荷重と耐力のそれぞれの履歴過程から表される多次元確率空間のなかで、前述の２つの効果を考慮し、（３－４）式の安全事象が生起する確率を評価することにより得られる。

時系列上の時刻０で作用する固定荷重によるシステムの崩壊確率は極めて小さいとし、固定荷重による非破壊効果を無視すれば、時刻tでのシステムの信頼度関数は、時刻０のときの安全の確率と、時刻が正のときの組み合わせ荷重による安全の確率の積で表される。そのとき、t年でのi要素の信頼度関数は、（３－１）式によりいずれの崩壊モードも生起しない事象の積事象で表されるから、次式になる。

$$\begin{aligned}
P_{S_i}(t) \approx\ & P_r[\ R_{i1} > C_{D,i1}W_D \cap \ \cdots \cap\ R_{in_i} > C_{D,in_i}W_D\ ]\cdot \\
& P_r[(\ R_{i1} > C_{D,i1}W_D + C_{L,i1}W_{L.1} + C_{E,i1}W_{E,1} \cap \\
& R_{i2} > C_{D,i2}W_D + C_{L,i2}W_{L,1} + C_{E,i2}W_{E,1} \cap \ \cdots \cap \\
& R_{in_i} > C_{D,in_i}W_D + C_{L,in_i}W_{L,1} + C_{E,in_i}W_{E,1}\ ) \cap \\
& (\ R_{i1} > C_{D,i1}W_D + C_{L,i1}W_{L.2} + C_{E,i1}W_{E,2} \cap \\
& R_{i2} > C_{D,i2}W_D + C_{L,i2}W_{L,2} + C_{E,i2}W_{E,2} \cap \ \cdots \cap \\
& R_{in_i} > C_{D,in_i}W_D + C_{L,in_i}W_{L,2} + C_{E,in_i}W_{E,2}\ ) \cap (\ \cdots\ ) \cap \\
& (\ R_{i1} > C_{D,i1}W_D + C_{L,i1}W_{L,k} + C_{E,i1}W_{E,k} \cap \\
& R_{i2} > C_{D,i2}W_D + C_{L,i2}W_{L,k} + C_{E,i2}W_{E,k} \cap \ \cdots \cap \\
& R_{in_i} > C_{D,in_i}W_D + C_{L,in_i}W_{L,k} + C_{E,in_i}W_{E,k}\ ) \cap \ \cdots]
\end{aligned} \qquad (3-5)$$

ただし、$P_{S_i}(t)$：t年でのi要素の信頼度関数

一般に、ある任意の変換係数に対して、（３－５）式で表される事象演算式から直接精解を表す信頼度関数の解析的表現式を導出するのは大変難しい。それ故、ここでは、主荷重である地震荷重に比して、従荷重の固定荷重と積載荷重はある程度小さい場合を想定し、安全性規範式を$C_{D,ij}$または$C_{E,ij}(j=1,2,\cdots,n_i)$で割り、以下に示す４つの式を導入すれば、（３－５）式は次式で表される。

$$\begin{aligned}
P_{S_i}(t) \approx\ & P_r[\ R_{0,\min,i} > W_D\ ]\cdot \\
& P_r[\ R_{\min,i} > C_{D,i}W_D + C_{L,i}W_{L,1} + W_{E,1} \\
& \cap\ R_{\min,i} > C_{D,i}W_D + C_{L,i}W_{L,2} + W_{E,2} \cap \cdots \\
& \cap R_{\min,i} > C_{D,i}W_D + C_{L,i}W_{L,k} + W_{E,k} \cap \cdots\ ]
\end{aligned} \qquad (3-6)$$

ただし、$R_{0,\min,i} = \min_{j=1}^{n_i}\left(\dfrac{R_{ij}}{C_{D,ij}}\right), R_{\min,i} = \min_{j=1}^{n_i}\left(\dfrac{R_{ij}}{C_{E,ij}}\right)$

$$C_{D,i} = \max_{j=1}^{n_i}\left(\frac{C_{D,ij}}{C_{E,ij}}\right), C_{L.i} = \max_{j=1}^{n_i}\left(\frac{C_{L,ij}}{C_{E,ij}}\right)$$

上式中の$R_{0,\min,i}, R_{\min,i}$は、$R_{ij}/C_{D,ij}, R_{ij}/C_{E,ij}(j=1,2,\cdots,n_i)$の最小値をそれぞれ表す確率変数である。要素の数が一つ、および$C_{D,ij}=C_{L,ij}=C_{E,ij}=1$とする場合は、このような操作は不要である。（３－５）式中の変換係数$C_{D,ij}/C_{E,ij}$, $C_{L,ij}/C_{E,ij}$の較差がある程度小さい場合を想定するならば、（３－６）式は安全側の良好な近似式になるだろう。しかしながら、解析対象となる崩壊モードのうちで$C_{E,ij}$が特に大きい要素があると、$R_{ij}/C_{E,ij}$が小さくなり、さらに、$C_{D,ij}/C_{E,ij}, C_{L,ij}/C_{E,ij}$の値が小さくなるので、これらの変換係数の較差が大きい場合は、荷重が過大評価され、i要素の崩壊確率は安全側の評価になるだろう。

（３－６）式は次式で表すこともできる。

$$\begin{aligned}
P_{S_i}(t) =\ & P_r[\ R_{0,\min,i} > W_D\ ]\cdot \\
& P_r[\ R_{\min,i} > \max\{\ C_{D,i}W_D + C_{L,i}W_{L,1} + W_{E,1}, \\
& C_{D,i}W_D + C_{L,i}W_{L,2} + W_{E,2}, \cdots, \\
& C_{D,i}W_D + C_{L,i}W_{L,k} + W_{E,k}; 0 < \tau_k \le t\}\ ]
\end{aligned} \qquad (3-7)$$

（３－６）式はt年までに予想される組み合わせ荷重列の全てが耐力を超えない確率を表し、（３－７）式はt年間に予想される組み合わせ荷重の最大値が一度作用したときに耐力を超えない確率を表す。（３－６）式と（３－７）式は確率的に等価である。

i要素の崩壊モード間の耐力の相関係数$\rho_{R_{ijk}}$は崩壊モード間毎に異なり一定ではないので、一般的には$R_{\min,i}$の密度関数を解析的表現式で表すことは大変困難である。しかしながら、システムの信頼度関数の近似的解析解を得るという観点から、下記に示した相関係数の平均値$\bar{\rho}_{R_i}$を導入すれば、その解析的表現式が可能になる。R_{ij}が対数正規分布で定義される場合は次式になる。

$$p_{R_{\min,i}}(r) = \sum_{j=1}^{n_i} p_{R_{\min,ij}}(r) \qquad (3-8)$$

ただし、

$$p_{R_{\min,ij}}(r) = \frac{1}{r\zeta_{R_{ij}}}\left(\ \phi(\alpha_{ij}) - \frac{1}{\sqrt{1-\bar{\rho}_{R_i}}}\left\{\ \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{1\le l\le n_i, l\ne j} \phi(x)\cdot\right.\right.$$

$$\left.\left.\phi(A_{ij})\Phi[A_{il}]dx - \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{1\le l<k\le n_i, l\ne j, k\ne j} \phi(x)\Phi[A_{il}]\Phi[A_{ik}]\phi(A_{ij})dx + \cdots\ \right\}\right)$$

$$\Phi[A_{il}] = \int_{-\infty}^{A_{il}} \phi(t)dt, A_{il} = \frac{\alpha_{il} - \sqrt{\bar{\rho}_{R_i}}\,x}{\sqrt{1-\bar{\rho}_{R_i}}}, \alpha_{il} = \frac{\ln(C_{E,il}r) - \lambda_{R_{il}}}{\zeta_{R_{il}}}$$

$$\zeta_{R_{il}} = \ln(1+V_{R_{il}}^2), \lambda_{R_{il}} = \ln\bar{R}_{il} - 0.5\zeta_{R_{il}}^2, \bar{\rho}_{R_i} = \sum_{\substack{j=1,k=1 \\ j\ne k}}^{n_i} \frac{\rho_{R_{ijk}}}{n_i(n_i-1)}$$

$\phi(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\dfrac{x^2}{2}\right\}$：標準正規分布

$p_{R_{\min,i}}(r)$：$R_{\min,i}$：の確率密度関数

上式中の$\rho_{R_{ijk}}$はi要素のj次とk次のそれぞれの崩壊モードの耐力間の相関関係を表す。（３－８）式は、Appendixで示されているように、i要素が有する各崩壊モードの耐力$R_{ij}(j=1,2,\cdots,n_i)$の解析対象領域はその最小値$R_{\min,i}$に属する耐力$R_{\min,ij}$の耐力分布の和からなっていることを意味している。（３－５）式と（３－７）式は、前述の仮定のもとで確率的に等価であるから、耐力R_{ij}が属する全集合$\Omega_{R_{ij}}$のうちで$R_{\min,i}$の事象（耐力）が属する集合$\Omega_{R_{\min,i}}$の

みを解析対象にすることができ、$\Omega_{R_{\min,i}} \subset \Omega_{R_{ij}}$である。さらに、$\Omega_{R_{\min,i}}$のうちで j 次崩壊モードの事象のみからなる集合を$\Omega_{R_{\min,ij}}$とすれば、この$\Omega_{R_{\min,ij}}$は$\Omega_{R_{\min,i}}$の部分集合であり、$\Omega_{R_{\min,i}} = \bigcup \Omega_{R_{\min,ij}}$が成立する。このように、$i$ 要素の集合$\Omega_{R_{\min,i}}$は排反事象として各崩壊モードの耐力からなる部分集合に完全に分離される。曲げ破壊やせん断破壊等の２つの崩壊モードのみを解析対象とする場合は、（３－８）式は精解を表す。$R_{0,\min,i}$の密度関数は、（３－８）式で$C_{E,il}$の代わりに$C_{D,il}$を用いればよい。

（３－６）式または（３－７）式から得られる i 要素 j 次崩壊モードに対する信頼度関数と崩壊確率は次式になる［6］。

$$P_{S_{ij}}(t) = P_{S_{0,ij}} \exp\left\{ -\int_{o}^{t} \overline{\lambda}_{ij}(\tau) d\tau \right\} \qquad (3-9)$$

$$P_{F_{ij}}(t) = 1 - P_{S_{ij}}(t)$$

ただし、$P_{S_{0,ij}} = \int_{0}^{\infty} F_{W_D}\left(\frac{r}{C_{D,i}}\right) p_{R_{0,\min,ij}}(r) dr$：時刻０での固定荷重による i 要素 j 次崩壊モードの安全の確率で、拡張２次モーメント法（AFOSM 法）により算出

$F_{W_D}(r)$：W_Dの確率分布関数

上式中の$\overline{\lambda}_{ij}(\tau)$は、$i$ 要素 j 次崩壊モードの条件付け危険率の期待値で、次式で表すことができる。

$$\overline{\lambda}_{ij}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \lambda_{ij}\left(\tau \middle| R_{\min,ij} = r\right) p_{R_{\min,ij}}\left(r \middle| \tau\right) dr \qquad (3-10)$$

ただし、$\lambda_{ij}\left(\tau \middle| R_{\min,ij} = r\right)$：$i$ 要素 j 次崩壊モードに対する条件付け危険率で、τ 年での組み合わせ荷重$C_{D,i}W_D + C_{L,i}W_L + W_{E,L}$のレベル r の超過率

$W_{E,L}$：積載荷重を表す一つの方形パレスの作用中に生起する地震荷重の最大値

上式中の$p_{R_{\min,ij}}\left(r \middle| \tau\right)$は、$\tau$ 年まで崩壊しなかったという条件のもとで定義される$R_{\min,ij}$の密度関数で、i 要素 j 次崩壊モードの残存耐力（生き残った残存システムの耐力）から定義され、一般式は次式になる［6］。

$$p_{R_{\min,ij}}\left(r \middle| \tau\right) = \frac{P_{S_{ij}}\left(\tau \middle| R_{\min,ij} = r\right) p_{R_{\min,ij}}(r)}{\int_{0}^{\infty} P_{S_{ij}}\left(\tau \middle| R_{\min,ij} = r\right) p_{R_{\min,ij}}(r) dr} \qquad (3-11)$$

ただし、$P_{S_{ij}}\left(\tau \middle| R_{\min,ij} = r\right)$：$i$ 要素 j 次崩壊モードの耐力を固定したときの信頼度関数

結局、i 要素の信頼度関数と崩壊確率は、崩壊確率の積の項を微小項として無視すれば、次式になる。

$$P_{S_i}(t) \approx \left[1 - \sum_{j=1}^{n_i} P_{F_{0,ij}}\right] \cdot \left[1 - \sum_{j=1}^{n_i} P_{F_{ij}}(t)\right] \qquad (3-12)$$

$$P_{F_i}(t) = 1 - P_{S_i}(t)$$

ただし、$P_{F_{0,ij}} = 1 - P_{S_{0,ij}}$，$P_{F_{ij}}(t) = 1 - \exp\left\{ -\int_{0}^{t} \overline{\lambda}_{ij}(\tau) d\tau \right\}$

$P_{S_{0,ij}}$：時刻０の固定荷重による i 要素 j 次崩壊モードに対する安全の確率

$P_{S_i}(t), P_{F_i}(t)$：i 要素の信頼度関数と崩壊確率

はじめにでも述べたように、高架橋等の要素は、一般建物の要素と比べて規模がかなり大きく、各要素の施工工程等が異なり、単産品的な性格があるため、各要素の耐力に影響を及ぼす共通因子が少ないと見なして無視すれば、各要素の崩壊事象は確率統計的に独立と見なすことができる。そのとき、t 年でのシステムの信頼度関数は、（３－４）式により安全事象の積で表され次式になる。

$$P_S(t) = \prod_{i=1}^{m} \left[1 - P_{F_{0,i}}\right] \cdot \left[1 - P_{F_i}(t)\right] \qquad (3-13)$$

上式で、崩壊確率の積の項は微小項として無視すれば、システムの崩壊確率は次式になる。

$$P_F(t) \approx \sum_{i=1}^{m} P_{F_{0,i}} + \sum_{i=1}^{m} P_{F_i}(t) \qquad (3-14)$$

ただし、$P_{F_{0,i}} = \sum_{j=1}^{n_i} P_{F_{0,ij}}$，$P_{F_i}(t) = \sum_{j=1}^{n_i} P_{F_{ij}}(t)$

（３－14）式は、システムの崩壊確率は予想される全崩壊モードのそれぞれの生起確率の和で表されることを意味する。これは、次のような理由による。

既往の研究における構造物やシステムの崩壊確率は、解析対象とする各崩壊モードの生起事象の和集合で定義されているため、崩壊モードのうちの少なくとも一つの崩壊モードが生起する確率で表され、各崩壊モード間の相関係数を考慮して定義式の事象演算式から直接求める区間推定になっている。そのため、崩壊確率を表す評価式からある特定崩壊モードの生起確率を表す式を分離することができなかった。これは、各崩壊モードの生起事象を排反事象として表現することが困難であることを意味する。しかしながら、本論で定義した崩壊事象は（３－６）式の排反事象で表されるため、想定される$n_i \times m$個の全崩壊モードのうちで一番小さい耐力を有する崩壊モードが、作用した荷重より小さいときに生起する事象を表すことになる。それ故、（３－14）式の崩壊確率は、全崩壊モードのうちのどれか一つが、しかも一つだけ生起する確率を表し、$P_{F_{0,ij}}, P_{F_{ij}}(t)$はその一つだけ生起する崩壊モードが i 要素 j 次崩壊モードである確率を表し、一番大きい生起確率を有する崩壊モードが最尤崩壊モードになる。（３－14）式は各崩壊モードの生起事象を分離した式、いわゆる排反事象の生起確率を表す評価式になっている。無論、いずれの表現式も、その信頼性解析は等価である。

本論で述べた解析手法は、各崩壊モードの耐力間の相関

係数を平均値で近似するという条件のもとで、（３－７）式で表される積事象を正確に評価した信頼性解析になっている。それ故、この耐力間の相関係数の変動係数がある程度小さければ、各崩壊モードの生起確率の積の項を無視するという条件のもとで、（３－14）式はほぼ精解に近づく。

４．条件付け危険率の解析解

時刻が正でシステムに作用する荷重は、固定荷重、時間依存型積載荷重および地震荷重の和である。（３－10）式の条件付け危険率は、この組み合わせ荷重の和のレベル超過確率である。

仮定に従い、地震荷重を主荷重と見なし、ポアソンインパルス確率過程でモデル化されるものとすれば、（３－10）式の$W_{E,L}$の確率分布関数$F_{W_{E,L}}(r)$の精解は次式で表されている［5］。

$$F_{W_{E,l}}(r)=\frac{H(r)}{1+\nu_E\mu_L}+\frac{\nu_E\mu_L F_{W_E}(r)}{(1+\nu_E\mu_L)(1+\nu_E\mu_L\overline{F}_{W_E}(r))} \quad (４－１)$$

ただし、$H(r)$：Heaviside のステップ関数

$\overline{F}_{W_E}(r)=1-F_{W_E}(r), F_{W_E}(r)$：$W_E$の分布関数

$W_{E,L}$の確率密度関数は、（４－１）式から次式になる。

$$p_{W_{E,l}}(r)=\frac{\delta(r)}{1+\nu_E\mu_L}+\frac{\nu_E\mu_L p_{W_E}(r)}{(1+\nu_E\mu_L)(1+\nu_E\mu_L\overline{F}_{W_E}(r))^2} \quad (４－２)$$

ただし、$\delta(r)$：デルタ関数，$p_{W_E}(r)$：W_Eの密度関数

（４－１）式の$W_{E,L}$に固定荷重と積載荷重を加えた場合の i 要素 j 次崩壊モードに対する条件付け危険率は、積載荷重を表すポアソン方形波が単位年間に少なくとも一度は確率１で生起するものとすれば、（４－２）式から次式になる。

$$\lambda_{ij}(r|R_{\min,ij}=r)=1-\frac{1}{1+\nu_E\mu_L}\cdot \int_{-\infty}^{r}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\nu_L^k e^{-\nu_L}}{k!}F_{W_L}^k\left(\frac{r}{C_{L,i}}-w\right)P_{W_{DE,L}}(w)dw$$

$$\approx\frac{\nu_L}{1-e^{-\nu_L}}\int_{-\infty}^{r}\overline{F}_{W_L}\left(\frac{r}{C_{L,i}}-w\right)p_{W_{DE,L}}(w)dw \quad (４－３)$$

ただし、$p_{W_{DE,L}}(w)=\frac{1}{C_{D,i}}\int_{-\infty}^{w}p_{W_{E,L}}(w-r)p_{W_D}\left(\frac{r}{C_{D,i}}\right)dr$：

$W_{DE,L}=C_{D,i}W_D+W_{E,L}$の密度関数

（４－３）式の条件付け危険率の解析解は多重積分式で表される。そのため、実際の数値計算は、多重積分を回避するために次項で述べる AFOSM 法を適用する［9］。

５．AFOSM 法による条件付け危険率とその期待値の数値的評価

前項で述べた条件付け危険率とその期待値は、（４－３）式と（３－10）式で示されるように多重積分で表されるため、計算精度等の数値計算上の問題が生じる。それ故、この項では、AFOSM 法を拡張的に適用することにより、多重積分を回避した近似的な数値的評価が可能であることを示す。

時刻０で作用する固定荷重により i 要素 j 次崩壊モードが生起する確率は、時刻０での限界状態面$R_{0,\min,ij}-W_D=$０への原点からの最短距離$\beta_{0,ij}$から得られ、AFOSM 法による等価正規変換を用いると、次のように求められる。

$$\beta_{0,ij}=\frac{\overline{R}_{0,\min,ij}^N-\overline{W}_D}{\sqrt{\sigma^2_{R^N_{0,\min,ij}}+\sigma^2_{W_D}}} \quad (５－１)$$

$$P_{F_{0,ij}}=\Phi[-\beta_{0,ij}]$$

ただし、$\overline{Z}^N,\sigma^2_{Z^N}$：$Z$の等価正規変数の期待値と分散

$\Phi[-\beta_{0,ij}]$：標準正規分布関数

条件付け危険率の期待値は、AFOSM 法を拡張的に適用すれば、次のように算出される。システムの全崩壊モードは排反事象として各崩壊モードに分離されるから、i 要素 j 次崩壊モードのみに注目する。従来型の AFOSM 法において、初期耐力の密度関数の代わりに、τ年での残存システムから得られる i 要素 j 次崩壊モードの耐力の密度関数を用いるならば、i 要素 j 次崩壊モードの条件付け危険率の期待値は、引き続く単位年間の残存システムの耐力の統計量は不変であるという仮定のもとで、i 要素 j 次崩壊モードが生起するという事象$\overline{E}_{ij}$のもとで定義される残存耐力と、確率１で生起したときの組み合わせ荷重からなる限界状態面$R_{\min,ij|\overline{E}_{ij}}-C_{D,i}W_D-C_{L,i}W_L-W_{E,L}=$０への原点からの最短距離から得られ、積載荷重の確率過程を考慮すれば、次式になる。

$$\overline{\lambda}^*_{ij}(\tau)=1-\frac{1}{1-e^{-\nu_L}}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\nu_L^k e^{-\nu_L}}{k!}\cdot\left\{\Phi[-\beta_{DLE,ij}(\tau)]\int_{-\infty}^{\infty}p_{R_{\min,ij}}(r|\tau)d\tau\right\}^k$$

$$\approx\frac{\nu_L}{1-e^{-\nu_L}}\Phi[-\beta_{DLE,ij}(\tau)]\int_0^{\infty}p_{R_{\min,ij}}(r|\tau)dr \quad (５－２)$$

ただし、$\overline{\lambda}^*_{ij}(\tau)$：$\overline{\lambda}_{ij}(\tau)$の AFOSM 法による近似値

$\beta_{DLE,ij}(\tau)$：τ年での i 要素 j 次崩壊モードの残存耐力（残存システムの耐力）と荷重からなる限界状態面への最短距離

上式中の$p_{R_{\min,ij}}(r|\tau)$は、τ年での i 要素 j 次崩壊モードの残存耐力の密度関数であり、一般式は（３－11）式で表される。ここでは、一要素内に複数の崩壊モードを有する場合に拡張し、耐力劣化がある場合について簡単に述べることにする。

i 要素 j 次崩壊モードの耐力R_{ij}の母集団はある耐力劣化係数で一様に劣化するものと仮定すれば、この母集団の部

分集合であり、解析対象となる耐力$R_{\min,ij}$も同じ係数で劣化することになるから、この係数を用いて次のような関係式を導入する。

$$r_{\min,ij,k}=\varphi_k r_{\min,ij,k-1}$$
$$\varphi_k=1+\frac{\partial g_{0,ij}\big((k-1)\Delta\tau\big)}{\partial\tau}\cdot\Delta\tau \qquad (5-3)$$

ただし、φ_k：耐力劣化係数，$r_{\min,ij}$：母集団$\Omega_{R_{\min,ij}}$に属すサンプルで、$r_{\min,ij}\in\Omega_{R_{\min,ij}}$，$g_{0,ij}(\tau)$：耐力劣化関数

そのとき、i 要素 j 次崩壊モードの残存耐力の密度関数$p_{R_{\min,ij}}(r|\tau)$は$R_{\min,ij}$の密度関数から微小時間区間$\Delta\tau$の荷重による耐力$R_{\min,ij}$の破壊領域を差し引き正規化する操作を行い、（５－３）式を用いた変数変換を微小時間区間毎に繰り返すことで得られる。仮定に従い、時刻０での固定荷重による非破壊効果を無視し、時刻が正のときの残存耐力のみを対象にすれば、次式になる。

$$p_{R_{\min,ij}}(r|\tau)=\frac{\dfrac{1}{g_{0,ij}(\tau)}\exp\left\{-\int_0^{\tau}\lambda_{ij}\left(\dfrac{r}{G_{0,ij}(\tau,u)}\right)du\right\}p_{R_{\min,ij}}\left(\dfrac{r}{g_{0,ij}(\tau)}\right)}{\int_0^{\infty}\sum_{j=1}^{n_i}\dfrac{1}{g_{0,ij}(\tau)}\exp\left\{-\int_0^{\tau}\lambda_{ij}\left(\dfrac{r}{G_{0,ij}(\tau,u)}\right)du\right\}p_{R_{\min,ij}}\left(\dfrac{r}{g_{0,ij}(\tau)}\right)dr} \qquad (5-4)$$

ただし、$G_{0,ij}(\tau,u)=g_{0,ij}(\tau)-g_{0,ij}(u)+1$

前述の限界状態面を定義する耐力$R_{\min,ij|\overline{E}_{ij}}$の密度関数は、（５－４）式の密度関数で表される耐力のうちで、i 要素 j 次崩壊モードが生起するという条件のもとで定義される耐力分布を正規化することから得られ、次式になる。

$$p_{R_{\min,ij|\overline{E}_{ij}}}(r|\tau)=\frac{\exp\left\{-\int_0^{\tau}\lambda_{ij}\left(\dfrac{r}{G_{0,ij}(\tau,u)}\right)du\right\}p_{R_{\min,ij}}\left(\dfrac{r}{g_{0,ij}(\tau)}\right)}{\int_0^{\infty}\exp\left\{-\int_0^{\tau}\lambda_{ij}\left(\dfrac{r}{G_{0,ij}(\tau,u)}\right)du\right\}p_{R_{\min,ij}}\left(\dfrac{r}{g_{0,ij}(\tau)}\right)dr} \qquad (5-5)$$

ただし、$\overline{E}_{ij}$：i 要素 j 次崩壊モードが生起する事象を表し、（３－１）式のE_{ij}の排反事象

（５－５）式を用いると、（５－２）式の$\beta_{DLE,ij}(\tau)$は次式から得られる。

$$\beta_{DEL,ij}(\tau)=\frac{\overline{R}^N_{\min,ij|\overline{E}_{ij}}-C_{D,i}\overline{W}_D-C_{L,i}\overline{W}^N_L-\overline{W}^N_{E,L}}{\sqrt{\sigma^2_{R^N_{\min,ij|\overline{E}_{ij}}}+C^2_{D,i}\sigma^2_{W_D}+C^2_{L,i}\sigma^2_{W^N_L}+\sigma^2_{W^N_{E,L}}}} \qquad (5-6)$$

ただし、$\overline{R}^N_{\min,ij|\overline{E}_{ij}},\sigma^2_{R^N_{\min,ij|\overline{E}_{ij}}}$：（５－５）式から得られる等価正規変数の期待値と分散

（５－４）式と（５－５）式に含まれる条件付危険率は、AFOSM 法を適用すれば、次のようになる。組み合わせ荷重のレベル r の超過率であるから、確率１で組み合わせ荷重が生起したときの超過確率、すなわち、耐力 r を有する状態面 $r-C_{D,i}W_D-C_{L,i}W_L-W_{E,L}=0$ への原点からの最短距離$\alpha_{DEL,ij}(r)$から得られ、次式になる。

$$\lambda^*_{ij}\left(r\middle|R_{\min,ij}=r\right)=1-\frac{1}{1-e^{-\nu_L}}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\nu_L^k e^{-\nu_L}}{k!}\left\{\Phi\left[-\alpha_{DEL,ij}(r)\right]\right\}^k$$
$$\approx\frac{\nu_L}{1-e^{-\nu_L}}\Phi\left[-\alpha_{DEL,ij}(r)\right] \qquad (5-7)$$

ただし、$\alpha_{DEL,ij}(r)=\dfrac{r-C_{D,i}\overline{W}_D-C_{L,i}\overline{W}^N_L-\overline{W}^N_{E,L}}{\sqrt{C^2_{D,i}\sigma^2_{W_D}+C^2_{L,i}\sigma^2_{W^N_L}+\sigma^2_{W^N_{E,L}}}}$

$\lambda^*_{ij}\left(r\middle|R_{\min,ij}=r\right)$：$\lambda_{ij}\left(r\middle|R_{\min,ij}=r\right)$の AFOSM 法による近似値

結局、（３－10）式の代わりに、（５－２）式と（５－７）式を用いることで、多重積分を回避した条件付け危険率とその期待値の数値的評価を全崩壊モードに対して行えば、（３－14）式から各崩壊モードの生起確率が評価できる。実際の計算では、計算ステップ毎に収束計算が必要になるが、前ステップの収束値を初期値として次のステップに進めば、収束は大変早い。

６．補強後のシステムの信頼度関数

経年とともに必然的事象として生起する耐力劣化により、システムの信頼度関数は時系列上で単調に低下するため、ある一定のレベル以上の信頼性または安全性を確保するためには、適切な時期に補修等を施す必要がある。それ故、ここでは、補修後のシステムの信頼度関数について述べる。

定期的な点検・調査により、ある時刻τ_1でシステムの補修が必要であると仮定しよう。そのときの残存システムの耐力の密度関数は、（５－４）式でτの代わりにτ_1を用いればよい。この残存システムに補修を施すから、補修直後の耐力の密度関数は、耐力の回復を表すパラメータξ_1を用いると、（５－４）式から次式になる

$$p_{R_{1,\min,ij}}(r|\tau_1)=\frac{\dfrac{1}{\xi_1 g_{0,ij}(\tau_1)}\exp\left\{-\int_0^{\tau_1}\lambda_{ij}\left(\dfrac{r}{\xi_1 G_{0,ij}(\tau_1,u)}\right)du\right\}p_{R_{\min,ij}}\left(\dfrac{r}{\xi_1 g_{0,ij}(\tau_1)}\right)}{\int_0^{\infty}\sum_{j=1}^{n_i}\dfrac{1}{g_{0,ij}(\tau_1)}\exp\left\{-\int_0^{\tau_1}\lambda_{ij}\left(\dfrac{r}{G_{0,ij}(\tau_1,u)}\right)du\right\}p_{R_{\min,ij}}\left(\dfrac{r}{g_{0,ij}(\tau_1)}\right)dr} \qquad (6-1)$$

ただし、$R_{1,\min,ij}$：補修後の i 要素 j 次崩壊モードの耐力

$$1 \le \xi_1 \le \frac{1}{g_{0,ij}(\tau_1)}$$

上式中のξ_1は補修により耐力増強を図った場合のパラメータであり、その範囲は上式のようになる。ξ_1の最小値は補修直後の実質的な耐力増強を想定しない場合であり、ξ_1の最大値はほぼ初期耐力に回復した場合を想定したときの値である。補修により耐力増強を図るのではなく、老朽化の進行を遅らせる場合を想定するならば、$\xi_1 = 1$とし、補強後の新しい耐力劣化関数$g_{1,ij}(\tau)$を用いて耐力劣化を制御すればよい。

補修後の経年による耐力劣化を考慮した残存システムの耐力の密度関数は、補修直後を時刻０とした新しい時間軸を用い、耐力劣化現象として（５－３）式の代りに次式

$$r_{1,\min,ij,k} = \left[1 + \frac{\partial g_{1,ij}\left((k-1)\Delta\tau\right)}{\partial \tau} \cdot \Delta\tau\right] r_{1,\min,ij,k-1} \qquad （６－２）$$

ただし、$r_{1,\min,ij,k}$：補修後の残存耐力から定義される母集団のサンプル、$g_{1,ij}(\tau)$：補修直後を時刻０として定義される新しい耐力劣化関数、を用い、補修直後の耐力の密度関数を（６－１）式と見なして、（５－４）式と同様な操作を行えば、次式になる。

$$p_{R_{1,\min,ij}}(r|\tau_1) = \frac{\dfrac{1}{g_{0,ij}(\tau_1)g_{1,ij}(\tau)}\exp\left\{-\int_0^{\tau_1}\lambda_{ij}\left(\dfrac{r}{\xi_1 G_{0,ij}(\tau_1,u)}\right)du\right\}}{\int_0^{\infty}\sum_{j=1}^{n_i}\dfrac{1}{g_{0.ij}(\tau_1)g_{1,ij}(\tau)}\exp\left\{-\int_0^{\tau_1}\lambda_{ij}\left(\dfrac{r}{\xi_1 G_{0,ij}(\tau_1,u)}\right)du\right\}} \cdot$$

$$\frac{\exp\left\{-\int_0^{\tau}\lambda_{ij}\left(\dfrac{r}{G_{1,ij}(\tau,u)}\right)du\right\}p_{R_{\min,ij}}\left(\dfrac{r}{\xi_1 g_{0,ij}(\tau_1)}\right)}{\exp\left\{-\int_0^{\tau}\lambda_{ij}\left(\dfrac{r}{G_{1,ij}(\tau,u)}\right)du\right\}p_{R_{\min,ij}}\left(\dfrac{r}{\xi_1 g_{0,ij}(\tau_1)}\right)dr}$$

（６－３）

ただし、$G_{1,ij}(\tau,u) = g_{1,ij}(\tau) - g_{1,ij}(u) + 1$

補修後の限界状態面を定義する耐力$R_{1,\min,ij|\bar{E}_{ij}}$の密度関数は（５－５）式と同様にして得られ、次式になる。

$$p_{R_{1,\min,ij|\bar{E}_{ij}}}(r|\tau) = \frac{\exp\left\{-\int_0^{\tau_1}\lambda_{ij}\left(\dfrac{r}{\xi_1 G_{0,ij}(\tau_1,u)}\right)du\right\}}{\int_0^{\infty}\exp\left\{-\int_0^{\tau_1}\lambda_{ij}\left(\dfrac{r}{\xi_1 G_{0,ij}(\tau_1,u)}\right)du\right\}} \cdot$$

$$\frac{\exp\left\{-\int_0^{\tau}\lambda_{ij}\left(\dfrac{r}{G_{1,ij}(\tau,u)}\right)du\right\}p_{R_{\min,ij}}\left(\dfrac{r}{\xi_1 g_{0,ij}(\tau_1)}\right)}{\exp\left\{-\int_0^{\tau}\lambda_{ij}\left(\dfrac{r}{G_{1,ij}(\tau,u)}\right)du\right\}p_{R_{\min,ij}}\left(\dfrac{r}{\xi_1 g_{0,ij}(\tau_1)}\right)dr}$$

（６－４）

補修後のシステムの崩壊確率は、（５－４）式と（５－５）式の代わりに（６－３）式と（６－４）式を用いて、条件付け危険率とその期待値を求めることで得られる。補修後の（３－９）式の t は $t = \tau_1 + \tau$ になる。２回目以降の補修に関しても、同様な操作を繰り返すことで解析的表現式は可能であるが、ここでは省略する。

７．結論

鉄道や高速道路の高架橋等の社会基盤は、コンクリートの塩害、中性化およびアルカリ骨材反応の化学的腐食等の環境要因による鉄筋の腐食により耐力劣化が進行し、その危険性の増大が指摘され、大きな社会問題になっている。社会基盤の安全性を確保するためには、定期的な点検・調査が必要であるが、そのための費用は莫大である。このような状況のもとで、社会基盤のある一定の安全レベルを確保するためには、経済的にも合理的な維持・補修システムの構築は不可欠である。

本論は、社会基盤周辺の自然環境や交通環境等の諸条件を考慮した現実に即した耐力劣化関数および諸パラメータの基本統計量を設定することができれば、社会基盤はその構成要素の耐力が時系列上の履歴により変化する複雑系（Complex System）の様相を呈するが、崩壊確率を含むリスク評価解析が可能であることを理論的に示したものであり、社会基盤の維持・補修システム構築のための第一歩になるだろう。

日本の将来の社会基盤の有り様を考えると、欠かせない視点の一つが人口減少である。50 年後の 2060 年代になると、今の人口の３分の２程度になる見込みがあるとされており、その帰結として、将来の経済活動の地理的分布にも大きな変化が生じる筈である。このような状況を想定するならば、従来の全国的人口増大を前提とした各地域への利益誘導型の公共事業の進め方を踏襲すべきではないし、補修計画も将来の経済活動に必要であるかどうかを見極めたうえで、立てるべきであることは無論である。

Appendix

一般に、$R_{ij}\,(j = 1,2,\cdots,n_i)$の最小値$R_{\min,i}$の分布関数は次式

$$F_{R_{\min,i}}(r) = \sum_{j=1}^{n_i} F_{R_{ij}}(r_{ij})\Big|_{r_{ij}=r} - \sum_{\substack{1\le l<k\le n_i\\ ,l\ne k}} F_{R_{ij}R_{il}}(r_{ij}, r_{il})$$

$$\Big|_{r_{ij}=r_{il}=r} + \sum_{\substack{1\le j<l<k\le n_i\\ ,l\ne j,k\ne j}} F_{R_{ij}R_{il}R_{ik}}(r_{ij}, r_{il}, r_{ik})\Big|_{r_{ij}=r_{il}=r_{ik}=r} - \cdots$$

で表されるから、密度関数は次式になる。

$$p_{R_{\min,i}}(r) = \sum_{j=1}^{n_i} P_{R_{ij}}(r)\Big[\,1 - \sum_{\substack{1\le l\le n_i\\ l\ne j}}^{n} F_{R_{ij}R_{il}}(r_{il}|R_{ij}=r)\Big|_{r_{ij}=r_{il}=r} +$$

$$\sum_{\substack{1\le l<k\le n_i\\ ,l\ne j,k\ne j}} F_{R_{ij}R_{il}R_{ik}}(r_{il}, r_{ik}|R_{ij}=r)\Big|_{r_{ij}=r_{il}=r_{ik}=r} - \cdots\,\Big]$$

ただし、$F_{R_{ij}R_{il}R_{ik}\cdots R_{in_i}}\left(r_{ij},r_{il},r_{ik},\cdots\right)=\int_{-\infty}^{\infty}\phi(x)\prod_{s=1}^{n_i}\Phi\left[A_{is}\right]dx$

：同時確率分布関数［10］

参考文献

［1］ Yasuhiro Mori, Bruce R. Ellingwood: Reliability-Based Assessment of Aging Concrete Structures, Journal of Structural Engineering, Vol.119, No.5, pp.1600-1621, May, 1993

［2］ Dan M, Frangopol and Allen C. Estes: Life-Cycle Cost Design of Deteriorating Structures, Journal of Structural Engineering, Vol.123, No10, pp.1390-1401, Oct., 1997

［3］ Mark G. Stewart, David V. Rosowsky: Time-dependent Reliability of Deteriorating Reinforced Concrete Bridges Decks: Structural Safety, 20（1998）, pp.91-109

［4］ 岩松幸雄，早川裕史，原田隆郎：道路構造物の維持管理システムに関する研究，土木学会論文集，No.444/VI-16, pp.69-76, 1992, 3

［5］ 河野　守，坂本　順，青木和雄：荷重の確率過程の組み合わせにおける超過確率の理論解とその応用に関する考察，日本建築学会構造系論文報告集，No.568, pp.59-66, 2003年6月

［6］ 洪起：強度劣化を受ける構造物の耐用年数中の崩壊策率について，日本建築学会構造系論文集，No.512, pp.25-31, 1998年10月

［7］ 洪起：時間依存型構造システムの信頼性解析，日本建築学会構造系論文集，No.542, pp.67-73, 2001年4月

［8］ 洪起：耐力劣化する鉄筋コンクリート構造物の時間依存型信頼性解析，日本建築学会構造系論文集，No.582, pp.23-30, 2004年8月

［9］ Alfredo H-S. Ang, Wilson H. Tang：土木・建築のための確率・統計の応用，丸善株式会社

［10］ Shanti S, Gupta: PROBABILITY INTEGRALS OF MULTIVARIATE NORMAL AND MULTIVARIATE t, Annals of Math. Stat., Vol.34, No.3, pp.792-811, Sep.1963